

Приложение 3.Б1.О.05

**Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»  
в г. Смоленске**

**Методическое обеспечение дисциплины**


**ФИЗИКА**

---

(НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)


**Смоленск – 2021 г.**

**Методические материалы составил:**

к.т.н., доцент  Т.В. Широких  
подпись ФИО

«28» июня 2021 г.

**И.о. заведующего кафедрой «Физика»:**

 к.п.н., доцент А.А. Быков  
подпись ФИО

«28» июня 2021 г.

**Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»  
в г. Смоленске**

**Методическое обеспечение лекций  
по дисциплине**

**ФИЗИКА**

---

(НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

**Смоленск – 2021 г.**

## СОДЕРЖАНИЕ ЛЕКЦИОННОГО КУРСА

### 1. Элементы механики

Механика - раздел физики, в котором рассматривается механическое движение тел и происходящие при этом взаимодействия между ними. Под механическим движением понимают изменение с течением времени взаимного положения тел или их частей.

*Классическая механика* рассматривает принципы движения макроскопических тел со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света в вакууме ( $c = 3 \cdot 10^8$  м/с). *Релятивистская механика* рассматривает движение частиц со скоростями, сравнимыми со скоростью света в вакууме. *Квантовая механика* изучает движение микрочастиц.

#### 1.1. Элементы кинематики

**Кинематика** рассматривает геометрические свойства движения. **Динамика** - изучает движение тел в связи с вызывающими его причинами. **Статика** - учение о равновесии тел.

**Материальная точка (частица)** – тело, размеры которого несущественны в условиях рассматриваемой задачи, простейшая модель реального объекта.

**Система материальных точек** - совокупность определенным образом взаимодействующих частиц, модель протяженного тела.

**Абсолютно твердое тело** – система частиц, расстояния между которыми всегда неизменны, тело, деформацией которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

**Сплошная среда** - система, не имеющая внутренней структуры. В этой модели пренебрегают атомным строением вещества и рассматривают материальные объекты как среды с непрерывным распределением свойств по объему.

**Момент времени** - процесс, длительность которого пренебрежимо мала в рассматриваемой задаче.

**Промежуток времени** между моментами времени, соответствующими началу и концу процесса, определяется путем сравнения его с длительностью эталонного процесса, реализуемого с помощью часов.

**Система отсчета** – совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета.

**Число степеней свободы** - число независимых величин, однозначно определяющих положение тела в пространстве. Число степеней свободы материальной точки в пространстве равно трем.

**Кинематическое уравнение движения частицы:**  $\vec{r} = \vec{r}(t)$ .

В декартовой системе координат  $\vec{r} = \{x, y, z\}$ , в сферической системе  $\vec{r} = \{r, \theta, \varphi\}$  (рис.1.1).

**Траектория** - линия, описываемая движущейся частицей в пространстве. *Путь*  $\Delta s$  - длина участка траектории, пройденного частицей за определенный промежуток времени  $\Delta t$ .

**Вектор перемещения** - приращение радиуса – вектора частицы за промежуток времени  $\Delta t$  :

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t).$$

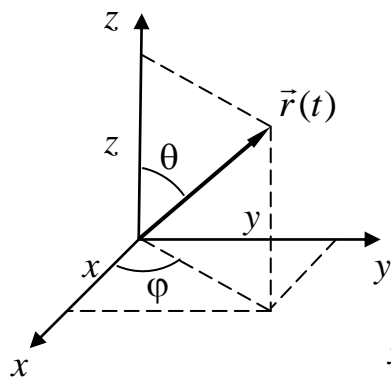


Рис.1.1

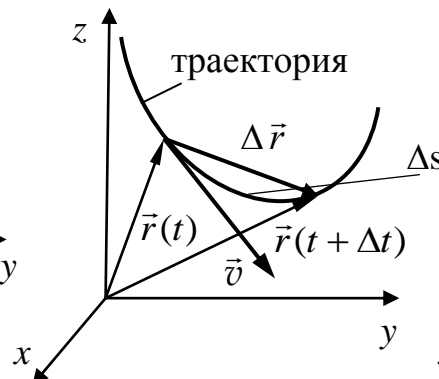


Рис.1.2

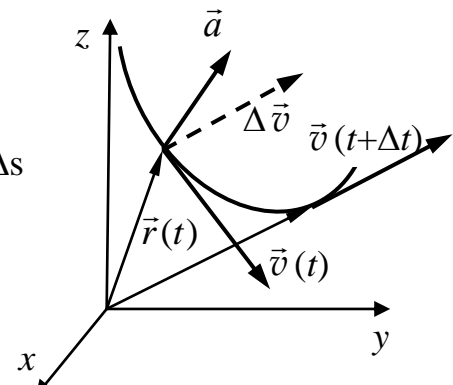


Рис.1.3

Средняя скорость частицы:  $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ .

Средняя путевая скорость частицы:  $\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ .

Мгновенная скорость частицы (рис. 1.2):

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}.$$

Вектор  $\vec{v}$  направлен по касательной к траектории в сторону движения.

Перемещение и путь за промежуток времени  $\Delta t = t - t_0$ :

$$\Delta \vec{r} = \int_{t_0}^t \vec{v}(t') dt', \quad \Delta s = \int_{t_0}^t v dt'.$$

Среднее ускорение частицы за промежуток времени  $\Delta t$ :  $\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ .

Мгновенное ускорение частицы:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}.$$

Вектор  $\vec{a}$  лежит в плоскости, определяемой векторами  $[\vec{v}(t + \Delta t), \vec{v}(t)]$ , направлен внутрь вогнутости траектории (рис. 1.3) и может быть

представлен в виде:  $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ ,  $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$ .

Тангенциальное (касательное) ускорение  $\vec{a}_\tau$  ( $\vec{a}_\tau \parallel \vec{v}$ ) характеризует изменение скорости по модулю:  $a_\tau = \dot{v}$ . Нормальное (центростремительное) ускорение характеризует изменение скорости по направлению.

Вектор  $\vec{a}_n$  (рис.1.4). направлен к центру кривизны траектории, его модуль -  $a_n = v^2/R$ , где  $R$  – радиус кривизны траектории. В зависимости от значений  $a_\tau$  и  $a_n$  различают: равномерное прямолинейное движение

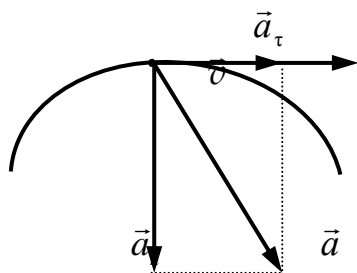


Рис.1.4

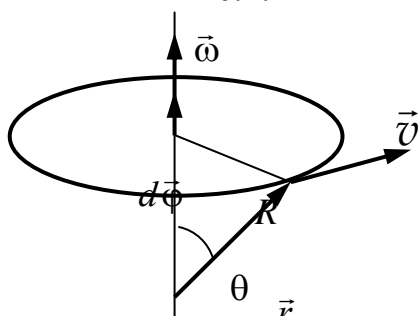


Рис.1.5

- $a_\tau = 0, a_n = 0$ ;  
 равнопеременное прямолинейное движение:  
 $a_\tau = a = \text{const}, a_n = 0$ ;  
 - равномерное движение по окружности:  
 $a_\tau = 0, a_n = a = \text{const} = v^2/R$ ;  
 - неравномерное криволинейное движение:  
 $a_\tau \neq 0, a_n \neq 0$ .

Угловая скорость:  $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}$ .

Угловое ускорение:  $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ .

Связь между линейными и угловыми величинами:

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \vec{r}]; a_\tau = R \varepsilon; a_n = \omega^2 R.$$

## 1.2. Элементы динамики частицы и системы частиц

**Свободно** движущееся тело - тело, не испытывающее каких-либо внешних воздействий.

**Принцип инерции (первый закон Ньютона):** существуют системы отсчета, в которых свободное движение происходит с постоянной скоростью, т.е. равномерно и прямолинейно.

Такие системы отсчета называют *инерциальными* (ИСО), остальные - неинерциальными (НИСО). Если существует хотя бы одна ИСО, то любое тело, движущееся в ней с постоянной скоростью можно принять за основу другой ИСО. Понятие ИСО - идеализация реальных систем отсчета. Область применимости принципа инерции охватывает всю физику.

**Принцип относительности:** все законы физики имеют одинаковый вид во всех инерциальных системах отсчета. Любые эксперименты, поставленные одинаковым образом в двух различных ИСО, дают одни и те же результаты.

**Состояние частицы** в момент времени  $t$  определяется ее радиусом-вектором  $\vec{r}(t)$  и скоростью  $\vec{v}(t)$  (или импульсом  $\vec{p}_i(t)$ ).

**Состояние системы нерелятивистских частиц** полностью определяется радиус-векторами  $\vec{r}_i$  и скоростями  $\vec{v}_i$  или импульсами  $\vec{p}_i(t)$  всех частиц в заданный момент времени:  $\{\vec{r}_i(t); \vec{v}_i(t)\}$  или  $\{\vec{r}_i(t); \vec{p}_i(t)\}$ .

**Инертность** - способность тела препятствовать изменению скорости.

**Масса** - фундаментальное свойство материального тела, определяющее его инерционные (*инертная масса*) и гравитационные свойства (*гравитационная масса*). Инертная масса – мера инертности тела. Масса  $m$  – положительная скалярная величина,

не зависящая от выбора ИСО. При  $v \ll c$  масса системы равна сумме масс составляющих ее частей.

**Импульс** - динамическая характеристика частицы. При  $v \ll c$

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

**Импульс системы нерелятивистских частиц** :

$$\vec{P} = \sum \vec{p}_i .$$

**Сила** - мера воздействия на данную частицу (тело) со стороны других тел.

**Принцип суперпозиции сил**: если тело подвержено действию нескольких сил, и источники сил не влияют друг на друга, то сила, действующая на данное тело, равна  $\vec{F} = \sum \vec{F}_i$ , где  $\vec{F}_i$  - сила, действующая на тело в отсутствие других сил.

**Второй закон Ньютона**: изменение импульса тела пропорционально приложенной силе:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} .$$

Если  $m = \text{const}$ , то

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \quad \text{или} \quad m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F}, \quad m \vec{a} = \vec{F} .$$

**Уравнения движения** частицы:

$$m \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{p}; \quad \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} .$$

Если в начальный момент времени  $t = 0$  известно состояние частицы, то при известном законе сил  $\vec{F} = \vec{F}_i$  решение уравнений движения определяет закон движения частицы  $\vec{r}(t)$ .

**Замкнутая система** - система частиц, не взаимодействующих с окружающими телами. Это представление – обобщение понятия свободной частицы, когда необходим учет размеров системы.

**Закон сохранения импульса**: импульс замкнутой системы – постоянная величина:

$$\vec{P} = \sum \vec{p}_i = \sum m_i \vec{v}_i = \text{const}.$$

Закон сохранения импульса - фундаментальный закон физики.

**Внутренние силы** – силы взаимодействия частиц системы.

**Третий закон Ньютона**: силы взаимодействия двух частиц равны по величине и противоположно направлены по линии, соединяющей их:

$$\vec{F}_{12} = - \vec{F}_{21} .$$

Данный закон применим при  $v \ll c$ .

**Внешние силы** – силы, действующие на частицы системы со стороны тел, окружающих систему.

**Скорость изменения импульса системы** частиц равна равнодействующей внешних сил:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}^{\text{вн}}$$

**Центр масс** (центр инерции) системы - точка, положение которой характеризует распределение масс в системе (рис.1.6):

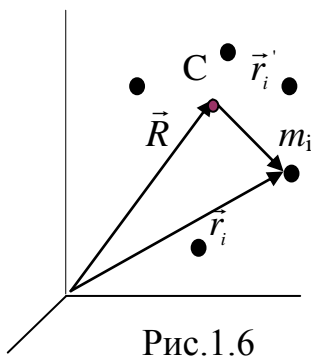


Рис.1.6

Уравнение движения центра масс:

$$m \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \vec{F}^{вн}.$$

Если  $\vec{F}^{вн} = 0$ , то  $\vec{P} = \text{const}$ ,  $\vec{V} = \text{const}$  - центр масс изолированной системы неподвижен или движется с постоянной скоростью.

**Закон всемирного тяготения** - сила взаимного притяжения любых

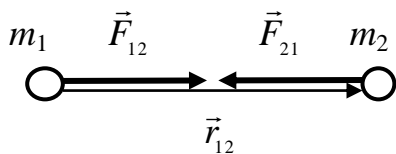


Рис.1.7

двух частиц прямо пропорциональна произведению масс частиц и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними :

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad \vec{F}_{12} = F \frac{\vec{r}_{12}}{r}, \quad \vec{F}_{21} = F \frac{\vec{r}_{21}}{r},$$

где  $\vec{F}_{12}$  ( $\vec{F}_{21}$ ) - сила, с которой частица массой  $m_2$  ( $m_1$ ) притягивает частицу массой  $m_1$  ( $m_2$ ),  $\vec{r}_{12}$ ,  $\vec{r}_{21} = -\vec{r}_{12}$  - радиус- векторы, соединяющие  $m_1$  с  $m_2$  ( $m_2$  с  $m_1$ ),  $|\vec{r}_{12}| = r$  (рис. 1.7),  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н м}^2 / \text{кг}^2$  - гравитационная постоянная.

У поверхности Земли ( $r \approx R_3$ ,  $m_2 = M_3$ ) на тело массой  $m_1 = m$  действует сила тяжести  $\vec{F}_T = m \vec{g}$ , где  $\vec{g}$  - ускорение свободного падения,

$$|\vec{g}| = g = \gamma M_3 / R_3^2.$$

**Вес** тела - сила, с которой тело вследствие притяжения к Земле действует на опору или подвес. **Невесомость** - состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести.

**Упругая сила** пропорциональна величине деформации  $\Delta x$  :

$$\vec{F} = \{-k \Delta x, 0, 0\},$$

где  $k$  - жесткость пружины (рис.1.8).

**Сила реакции опоры**  $\vec{N}$  - предельный случай упругой силы в случаях, когда можно пренебречь деформациями тел. Эта сила направлена по нормали к

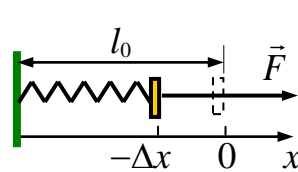


Рис.1.8

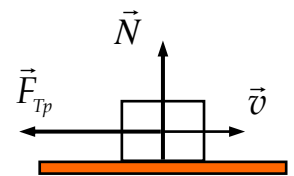


Рис.1.9

поверхности контакта в сторону от опоры (рис.1.9).

**Сила трения скольжения** действует на тело, движущееся по поверхности другого тела (рис.1.9), направлена противоположно движению и равна

$$F_{Tp} = \mu N,$$

где коэффициент трения скольжения  $\mu$  зависит от свойств поверхностей.



**Сила сопротивления** среды – сила, действующая на тело, движущееся в жидкости или газе

$$\vec{F}_C = - r(v) \vec{v},$$

где коэффициент  $r(v)$  зависит от свойств среды, скорости и формы тела.

**Силы инерции** обусловлены ускоренным движением системы отсчета. Введение сил инерции позволяет сохранить по форме уравнения динамики и для НСО.

**Поступательная** сила инерции  $\vec{F}_0 = - m \vec{a}_0$  - следствие поступательного движения НСО с ускорением  $\vec{a}_0$  относительно ИСО (рис.1.10).

**Центробежная** сила  $\vec{F}_{ц} = m \Omega^2 \vec{\rho}$  - результат вращения НСО с угловой скоростью  $\vec{\Omega}$  (рис. 1.11),  $\vec{\rho}$  - вектор, направленный от оси вращения НСО, равный по модулю расстоянию частицы до оси.

**Сила Кориолиса**  $\vec{F}_K = 2m[\vec{v}'\vec{\Omega}]$  - следствие движения частицы со скоростью  $\vec{v}'$  во вращающейся НСО (рис. 1.11). Действие сил инерции испытывают пассажиры движущихся неравномерно транспортных средств.

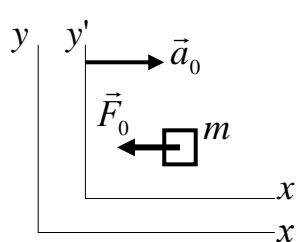


Рис.1.10

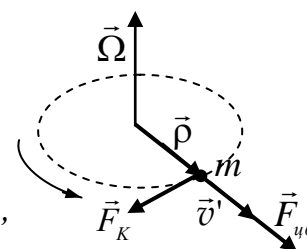


Рис.1.11

Силы инерции учитываются в механизмах, содержащих вращающиеся детали. Кориолисовы силы влияют на течение рек и воздушных масс.

**Момент импульса** частицы относительно заданной точки O:

$$\vec{L} = [\vec{r} \vec{p}] = [\vec{r} m \vec{v}]$$

- динамическая характеристика частицы.

Вектор  $\vec{L}$  направлен перпендикулярно плоскости векторов  $\vec{r}$  и  $\vec{p}$  по правилу правого винта (рис.1.12),  $|\vec{L}| = L = r p \sin \varphi$ , где  $\varphi$  - угол между векторами  $\vec{r}$  и  $\vec{p}$ .

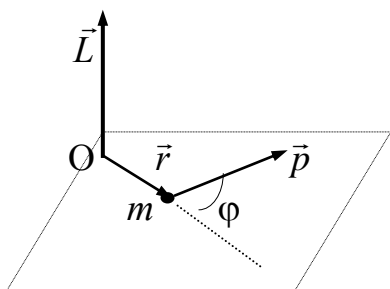


Рис.1.12

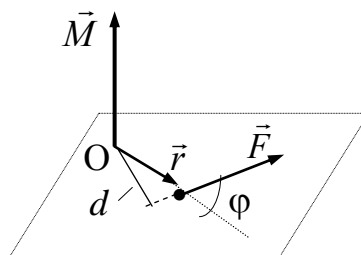


Рис.1.13

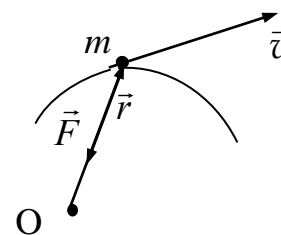


Рис.1.14

**Момент импульса** частицы относительно оси, проходящей через точку O, равен проекции вектора  $\vec{L}$  на эту ось.

**Момент силы** относительно заданной точки O:

$$\vec{M} = [\vec{r} \vec{F}]$$

- характеристика вращательного эффекта силы. Вектор  $\vec{M}$  направлен перпендикулярно плоскости векторов  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$  по правилу правого винта (рис.1.13),  $|\vec{M}| = M = r F \sin \varphi = F d$ , где  $\varphi$  - угол между векторами  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$ ,  $d$  - плечо силы относительно точки  $O$ .

Момент силы относительно оси, проходящей через точку  $O$ , - проекция вектора  $\vec{M}$  на эту ось.

**Центральная сила** - сила, направленная по линии, соединяющей источник воздействия и данную частицу (рис.1.14):

$$\vec{F} = f(r) \vec{r},$$

- где  $r$  расстояние до источника воздействия. Примеры центральных сил - сила тяжести и сила упругости.

**Уравнение моментов:** 
$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

- скорость изменения момента импульса частицы равна моменту силы, действующей на частицу. Уравнение моментов, как и второй закон Ньютона, служит уравнением движения частицы.

При свободном движении ( $\vec{F} = 0$ ) и в поле центральных сил  $\vec{L} = \text{const}$ .

**Скорость изменения момента импульса системы частиц** равна результирующему моменту внешних сил:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}^{\text{вн}}.$$

**Закон сохранения момента импульса:** момент импульса замкнутой системы – постоянная величина

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_i = \sum [\vec{r}_i \vec{p}_i] = \text{const}.$$

Закон сохранения момента импульса - фундаментальный закон физики.

**Условия равновесия системы:**  $\vec{F}^{\text{вн}} = 0$ ,  $\vec{M}^{\text{вн}} = 0$ .

**Кинетическая энергия частицы** - мера движения частицы:

$$W_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{mv^2}{2}$$

**Изменение кинетической энергии** вызывается действием силы:

$$\frac{dW_k}{dt} = \vec{v} \vec{F}.$$

Кинетическая энергия частицы постоянна, если  $\vec{F} = 0$  (при свободном движении), и при  $\vec{F} \perp \vec{v}$  (при движении по окружности).

**Мощность силы:**

$$N = \vec{v} \vec{F}$$

- характеристика силового воздействия на частицу.

**Работа силы** за время  $dt$  при перемещении частицы  $d\vec{r}$ :

$$\delta A = N dt = \vec{F} \vec{v} dt = \vec{F} d\vec{r} = F dr \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  - угол между силой  $\vec{F}$  и перемещением  $d\vec{r}$ .  
Работа при перемещении частицы из т. 1 в т. 2 за промежуток времени  $t_2 - t_1$  (рис.1.15)

$$A_{12} = \int_1^2 \delta A = \int_{t_1}^{t_2} N dt = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} \vec{v} dt = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r}.$$

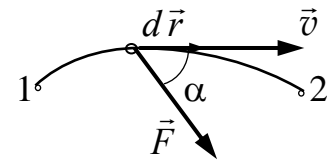


Рис.1.15

Работа определяет изменение кинетической энергии частицы:

$$dW_k = N dt = \delta A,$$

$$A_{12} = \Delta W_k = W_{k2} - W_{k1}.$$

**Потенциальные (консервативные) силы** – силы, работа которых не зависит от формы пути и определяется только начальным и конечным положением частицы:

$$A_{12}^{\Pi} = \int_1^2 \delta A^{\Pi} = \int_1^2 \vec{F}_{\Pi} d\vec{r} = W_{\Pi}(r_1) - W_{\Pi}(r_2),$$

где  $W_{\Pi}(r)$  - потенциальная энергия частицы во внешнем силовом поле.

Работа потенциальной силы на любом замкнутом пути равна нулю:

$$\oint \vec{F}_{\Pi} d\vec{r} = 0.$$

*Потенциальная энергия определяется с точностью до произвольной постоянной, так как при добавлении ко всем значениям  $W_{\Pi}$  константы  $C$  величина  $A_{12}$  не изменится. Центральные силы потенциальны.*

Потенциальная энергия тяготения:  $W_{\Pi}(r) = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r}$ .

Потенциальная энергия тела у поверхности Земли:  $W_{\Pi}(z) \approx m g z$ .

Потенциальная энергия упруго деформированного тела:  $W_{\Pi}(x) = k x^2/2$ .

Потенциальная энергия частицы в поле нескольких потенциальных сил равна сумме потенциальных энергий частицы в отдельных внешних полях:  $W_{\Pi} = \sum W_{\Pi i}$ .

**Связь потенциальной силы и потенциальной энергии:**

$$\vec{F} = -\text{grad } W_{\Pi}, \quad \text{т.е.} \quad F_x = -\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial W_{\Pi}}{\partial z}.$$

**Непотенциальные (неконсервативные) силы** - силы, работа которых зависит от длины и формы траектории. Примеры непотенциальных сил - силы трения и силы сопротивления среды.

**Энергия взаимодействия** системы равна работе по удалению частиц системы на бесконечность (или для их сближения). В нерелятивистской системе энергия взаимодействия  $W^{63}$  зависит только от конфигурации системы и имеет смысл потенциальной энергии частиц.

**Механическая энергия частицы** - мера движения частицы и ее взаимодействия с окружением:

$$E = W_k + W_{\Pi}.$$

**Изменение механической энергии частицы** равно работе непотенциальных сил, действующих на нее:

$$\Delta E = \Delta(W_k + W_{\Pi}) = A_{\text{НП}}.$$

Механическая энергия частицы в поле потенциальных сил постоянна  
 $\Delta E = 0; E = \text{const.}$

**Механическая энергия системы** взаимодействующих частиц:

$$E = \sum W_{ki} + W^{\text{вз}}.$$

**Закон сохранения механической энергии:** механическая энергия замкнутой потенциальной системы – величина постоянная:

$$E = \text{const.}$$

Данный вывод – фундаментальный закон природы.

**Изменение механической энергии системы** частиц равно работе внешних потенциальных и непотенциальных сил:

$$\Delta E = \Delta(W_k + W^{\text{вз}}) = A^{\text{вн}} + A_{\text{НП}}.$$

**Диссипация** (рассеяние) энергии – преобразование механической энергии в иные формы энергии, например в тепловую.

**Уравнения движения системы частиц:**

$$m_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \vec{F}_i' + \vec{F}_i^{\text{вн}} \quad (i = 1 \dots N),$$

где  $\vec{F}_i'$  – сила, действующая на  $i$  – частицу со стороны остальных частиц системы, а  $\vec{F}_i^{\text{вн}}$  – со стороны тел, окружающих систему.

Если в начальный момент времени  $t = 0$  известны состояния всех частиц системы, то решение уравнений движения определяет состояние системы в произвольный момент.

Уравнения движения частицы в постоянном однородном

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} = \text{const}, \quad \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}.$$

Решение системы уравнений:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t; \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \vec{a}t^2 / 2,$$

где  $\vec{a} = \vec{F} / m$ ,  $\vec{r}_0 = \vec{r}(0)$ ,  $\vec{v}_0 = \vec{v}(0)$  – начальные радиус-вектор и скорость частицы

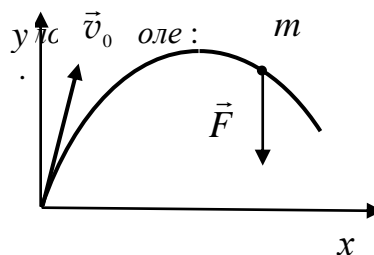


Рис.1.16

В системе отсчета, где  $\vec{F} = \vec{F}_y$ ,  $v_{0z} = 0$ ,  $\vec{r}_0 = 0$ ,  $x = v_{0x}t$ ,  $y = v_{0y}t + (F/2m)t^2$ .

Частица движется в плоскости векторов  $\vec{F}$  и  $\vec{v}_0$  по параболе

$$y = (v_{0y}/v_{0x})x + (F/2m v_{0x}^2)x^2.$$

Уравнения движения частицы под действием силы сопротивления

$\vec{F}_c = -k \vec{v}$  в проекции на направление начальной скорости частицы  $\vec{v}_0$ :

$$m \frac{dv}{dt} = -k v, \quad \frac{dx}{dt} = v.$$

Решение:  $v = v_0 \exp(-t/\tau)$ ;  $x = v_0 \tau [1 - \exp(-t/\tau)]$ , где  $\tau = m/k$ .

При  $t \rightarrow \infty$   $v \rightarrow 0$ , пройденный путь до остановки равен  $s = \tau v_0$ .

Движение тела переменной массы определяет уравнение Мещерского:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + \vec{u} \frac{dm}{dt}.$$

Величина  $\vec{F}_p = \vec{u} (dm/dt)$  - реактивная сила характеризует действие на тело частиц, отделяющихся от него. Масса ракеты со временем убывает ( $dm/dt < 0$ ), поэтому реактивная сила направлена в сторону, противоположную скорости  $\vec{u}$  вылетающих газов относительно ракеты

**Механический (лапласовский) детерминизм** – предположение о полной предсказуемости механического движения на основании решения уравнений движения. Значения физических величин не могут быть заданы точно ввиду погрешностей их измерения, не могут быть указаны все действующие силы, а их законы могут быть весьма сложными. Эти обстоятельства ограничивают достоверность предсказаний *о деталях движения системы на достаточно долгое время.*

**Столкновение** (соударение) – относительно кратковременное взаимодействие частиц, при котором силы взаимодействия намного превосходят внешние силы.

Законы сохранения импульса и энергии для системы частиц, испытывающих столкновения:

$$\vec{P} = \sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}'_k = \vec{P}' = const, \quad \sum W_{ki} = \sum W'_{kk} + Q.$$

где  $\vec{p}_i, \vec{p}'_k$  - импульсы частиц, движущихся свободно до и после столкновения,  $Q$  - различие кинетических энергий частиц до и после столкновения обусловленное изменением внутреннего состояния частиц.

**Неупругое столкновение** определяется условием  $Q \neq 0$ . В результате абсолютно неупругого столкновения происходит объединение сталкивающихся частиц.

Скорость частицы после абсолютно неупругого столкновения частиц массами  $m_1, m_2$  и скоростями  $\vec{v}_1$  и  $\vec{v}_2$  и потери механической энергии:

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}; \quad Q = -\frac{m_1 m_2 (v_1 + v_2)^2}{2(m_1 + m_2)^2} < 0.$$

**Упругое столкновение** определяется условием  $Q = 0$ . При этом суммарная кинетическая энергия частиц лишь перераспределяется между ними, оставаясь постоянной. Скорости частиц массами  $m_1, m_2$  после абсолютно упругого центрального удара:

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2) v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \quad v'_2 = \frac{(m_2 - m_1) v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

### 1.3.Элементы динамики абсолютно твердого тела

**Уравнения движения твердого тела:**

$$m \frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} = \vec{F}; \quad \frac{d \vec{L}_C}{dt} = \vec{M}_C,$$

где  $m$  - масса тела,  $\vec{R}$  - радиус-вектор центра масс,  $\vec{F}$  - сумма внешних сил,  $\vec{M}_C, \vec{L}_C$  - момент внешних сил и момент импульса тела относительно центра масс (собственный момент импульса тела). В общем случае *вектор  $\vec{L}_C$  не совпадает с чем вектором угловой скорости  $\vec{\omega}$*  (рис.1.17).

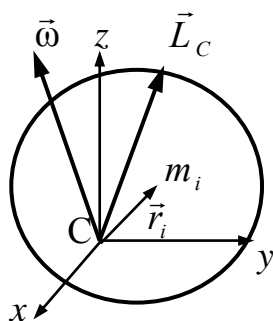


Рис.1.17

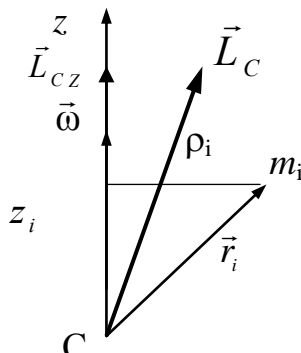


Рис.1.18

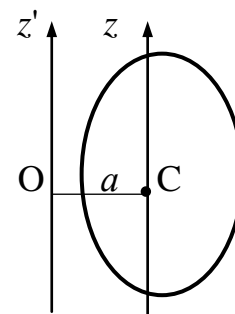


Рис.1.19

**Момент импульса тела относительно закрепленной оси z (рис.1.18):**

$$\vec{L}_{Cz} = I_z \vec{\omega}.$$

**Момент инерции тела относительно закрепленной оси z:**

$$I_z = \sum m_i (r_i^2 - z_i^2) = \sum m_i \rho_i^2,$$

где  $\rho_i$  - расстояние массы  $m_i$  до данной оси.

При непрерывном распределении массы:

$$I_z = \int \rho^2 dm,$$

где  $dm = DdV$ ,  $D$  - плотность массы,  $dV$  - элемент объема тела.

*Момент инерции тела – мера инертности тела во вращательном движении.*

**Теорема Штейнера:** момент инерции тела  $I$  относительно оси  $z'$  равен сумме момента инерции  $I_0$  относительно параллельной ей оси  $z$  проходящей через центр масс  $C$  тела, и произведения массы тела  $m$  на квадрат расстояния  $a$  между этими осями (рис.1.19, 1.20):

$$I = I_0 + m a^2.$$

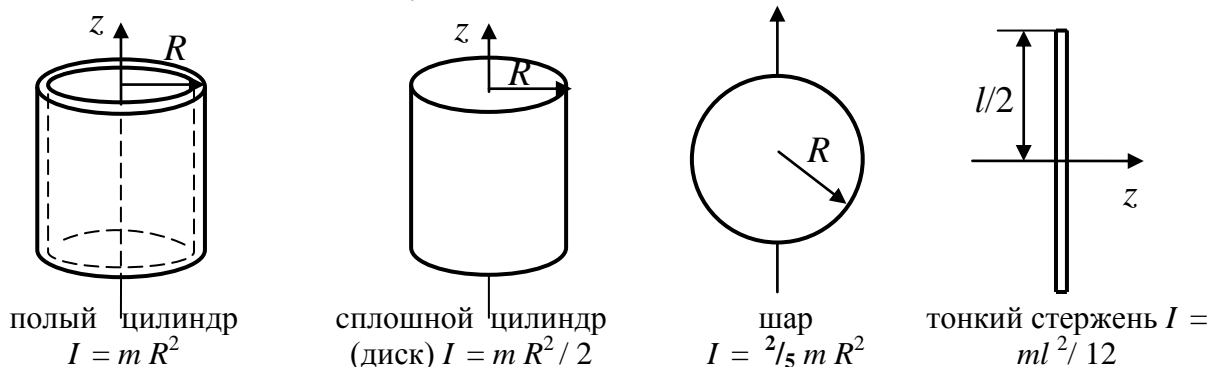


Рис.1.20

**Уравнение вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси** может быть записано в следующих формах:

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z; \quad I_z \frac{d\omega_z}{dt} = M_z; \quad I_z \varepsilon_z = M_z,$$

где  $L_z, M_z$  - момент импульса и момент внешних сил относительно оси  $z$ ,  $\varepsilon_z = \ddot{\varphi}$  - угловое ускорение тела. Интегрирование данных уравнений с учетом начальных условий - значений  $\omega_z(0), \varphi(0)$  дает зависимость от времени угловой скорости  $\omega_z(t)$  и угла поворота  $\varphi(t)$ .

**Плоское движение твердого тела** - движение тела, при котором все точки тела движутся параллельно одной плоскости, т.е. ось вращения

не изменяет ориентации в пространстве. Силы, действующие на тело, параллельны плоскости  $(x, y)$ :  $\vec{F} = \{F_x, F_y, 0\}$ , момент сил перпендикулярен ей, т.е.  $\vec{M} = \{0, 0, M_z\}$ .

**Уравнения плоского движения** твердого тела:

$$m \vec{a} = \vec{F}, \quad I_z \varepsilon_z = M_z,$$

где  $I_z, M_z$  - момент инерции и момент внешних сил относительно оси  $z$ , проходящей через центр масс тела. Центр масс движется в плоскости  $(x, y)$ , а его угловая скорость перпендикулярна этой плоскости:

$\omega = \omega_z$ . Пример плоского движения – качение колеса (рис.1.21).

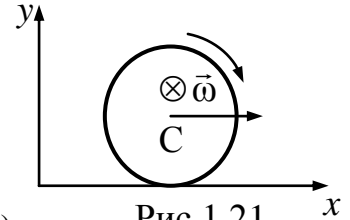


Рис.1.21

**Кинетическая энергия** твердого тела :

$$W_k = mV^2 / 2 + I_0 \omega^2 / 2,$$

где  $V$  - скорость центра масс тела,  $I_0$  - момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс.

**Работа сил при повороте тела** вокруг неподвижной оси  $z$  :

$$\delta A = M_z d\phi; \quad A = \int_0^\phi M_z d\phi.$$

#### 1.4.Элементы механики жидкостей и газов

**Плотность массы**  $\rho(\vec{r}, t)$  - масса вещества, заполняющего в момент  $t$  единичный объем среды.

**Масса вещества**, заполняющего в момент  $t$  заданный объем среды

$$m = \int_V \rho dV.$$

**Поле скоростей**  $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t)$  - функция, определяющая скорость частицы среды, оказавшейся в момент  $t$  в точке с радиус-вектором  $\vec{r}$ .

**Линии тока** – кривые (рис.1.22), направление касательных к которым в каждой точке совпадает с направлением скорости  $\vec{v}$  в точке касания. *Трубка тока* - часть жидкости, ограниченная линиями тока.

**Ламинарное** (слоистое) течение, движение среды, в котором можно однозначно определить линии тока.

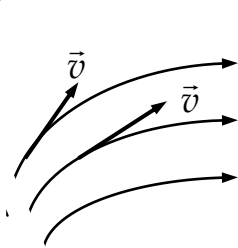


Рис.1.22

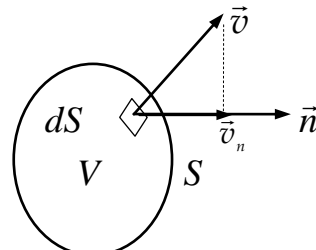


Рис. 1.23

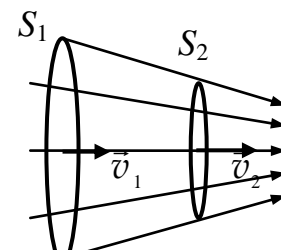


Рис.1.24

**Плотность потока массы:**  $\vec{j} = \rho \vec{v}$

- характеристика переноса массы. Модуль вектора  $\vec{j}$  равен массе вещества, проходящего через единицу площади поверхности, перпендикулярной к линиям тока. *Поток массы* через поверхность  $S$  - масса жидкости (газа), проходящая в единицу времени через данную поверхность:



$$J = \int_S \rho v_n dS.$$

**Уравнение непрерывности:**

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \oint_S \rho v_n dS,$$

скорость изменения массы в единичном объеме равна потоку вещества через поверхность, ограничивающую данный объем (рис.1.23).

**Уравнение непрерывности для трубки тока :**

$$\rho_1 S_1 v_1 = \rho_2 S_2 v_2.$$

В однородной среде ( $\rho_1 = \rho_2$ ) скорость течения в трубке тока обратно пропорциональна площади ее сечения:  $S_1 v_1 = \rho S_2 v_2 = \text{const}$ .

**Сила внутреннего трения** (вязкости), действующая в сплошной среде на поверхность слоя площадью  $dS$ :

$$dF = \eta \frac{dv}{dn} dS,$$

где  $dv$  - изменение скорости течения на расстоянии по нормали  $dn$  к поверхности слоя,  $\eta$  - динамическая вязкость (рис.1.25).

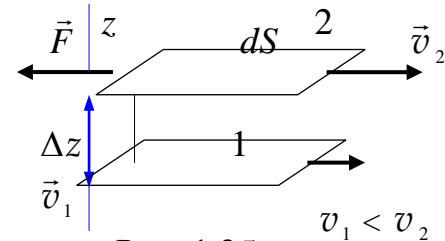


Рис. 1.25

**Идеальная жидкость** – среда, в которой можно пренебречь силами внутреннего трения.

**Уравнения движения идеальной жидкости** (уравнение Эйлера).

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f} - \nabla p,$$

где  $\vec{f}$  - сила, действующая на единицу объема среды,  $p$  – давление в данном объеме. Уравнение Эйлера совместно с уравнением непрерывности описывает взаимосвязанные изменения в пространстве и времени полей плотности и скорости.

**Закон Паскаля:** в состоянии равновесия в жидкости и газе давление, вызываемое внешними силами, не зависит от ориентации выделенной площадки и передается одинаково по всем направлениям.

При  $\rho = \text{const}$  в поле тяжести давление на уровне  $z$ :  $p = p_0 + \rho g z$ ,

где  $p_0$  - давление на уровне  $z = 0$ ,  $z$  – глубина, отсчитываемая в направлении ускорения  $g$ . Величина  $\rho g z$  - гидростатическое давление.

**Закон Архимеда:** на тело, погруженное в жидкость (или газ), действует выталкивающая сила, равная весу жидкости (газа) в объеме  $V$ , вытесненном телом:  $F = \rho g V$ .

**Уравнение Бернулли** выражает закон сохранения энергии для потока идеальной жидкости в поле силы тяжести:

$$v^2/2 + g z + p/\rho = \text{const}.$$

Если  $z = \text{const}$ , то  $v^2/2 + p/\rho = \text{const}$ , следовательно, давление больше там, где меньше скорость, т.е. где больше сечение.

**Турбулентное течение** - движение среды, в котором скорость жидкости в каждой точке испытывает хаотические колебания относительно некоторого среднего значения.



**Число Рейнольдса:**  $Re = \rho l v / \eta$  - безразмерная величина, определяющая характер течения жидкости,  $\rho$  - плотность жидкости,  $l$  - линейный размер тела или границ потока,  $\eta$  - вязкость жидкости. Течение вязкой жидкости в цилиндрической трубе с гладкими стенками при  $Re < 1000$  ламинарное, при  $Re > 2300$  - турбулентное.

**Распределение скорости течения вязкой жидкости по сечению**

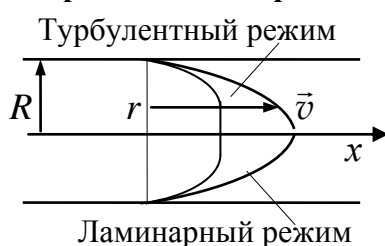


Рис.1.26

трубы при ламинарном течении :

$$v(r) = v_0 [1 - (r/R)^2],$$

где  $v_0 = v(0) = (p_2 - p_1) R^2 / 4 \eta l$  - скорость на оси трубы. Масса жидкости, протекающей в единицу времени через поперечное сечение радиуса  $R$  при ламинарном течении -

$$Q = \pi \rho (P_1 - P_2) R^4 / 8 \eta l.$$

## 1.5. Колебания

**Колебания** - движения или состояния объекта, обладающие некоторой степенью повторяемости во времени. Изучение колебаний основано на анализе типовых моделей колебательных систем, отображающих характерные свойства колебательных процессов.

**Период колебаний** - минимальный промежуток времени, по истечению которого повторяются значения всех величин, характеризующих колебания:

$$x(t) = x(t + T).$$

**Частота колебаний** - число колебаний в единицу времени, величина, обратная периоду :  $\nu = 1 / T$ .

**Гармонические колебания** - движение, описываемое законом

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad \text{или} \quad x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi'),$$

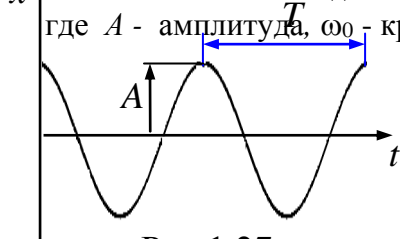


Рис.1.27

где  $A$  - амплитуда,  $\omega_0$  - круговая частота,  $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$ ,  $\varphi = \omega_0 t + \varphi'$  - фазы колебаний,  $\varphi_0, \varphi'$  - начальные фазы

Период гармонических колебаний  $T = 2\pi / \omega_0$ , частота -  $\nu = \omega_0 / 2\pi$ .

**Скорость и ускорение** при гармонических колебаниях:

$$\dot{x}(t) = -A \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$\ddot{x}(t) = -A \omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

**Собственные (свободные) колебания** - движение колебательной системы, предоставленной самой себе после некоторого воздействия.

**Гармонический осциллятор** - линейный консервативный осциллятор, простейшая типовая модель в теории колебаний.

**Дифференциальное уравнение собственных колебаний** гармонического осциллятора

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0.$$

**Собственные колебания гармонического осциллятора** - гармонические колебания с собственной частотой  $\omega_0$ . Амплитуда  $A$  и начальная фаза  $\varphi_0$  определяются начальными условиями уравнения

движения :  $x(0) = x_0$ ,  $\dot{x}(0) = v_0$  :  $A = \sqrt{x_0^2 + (v_0 / \omega_0)^2}$ ,  $\text{tg } \varphi_0 = -v_0 / \omega_0 x_0$ .

Модель гармонического осциллятора применима к описанию *малых* колебаний систем при *пренебрежимо малом* трении. Примеры:

*Пружинный маятник* - груз прикрепленный к пружине (рис.1.28а), *физический маятник* – находящееся в поле тяжести твердое тело, закрепленное на оси, не совпадающей с центром масс тела (рис.1.28б), *математический маятник* - находящееся в поле тяжести частица, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити (рис.1.28в).

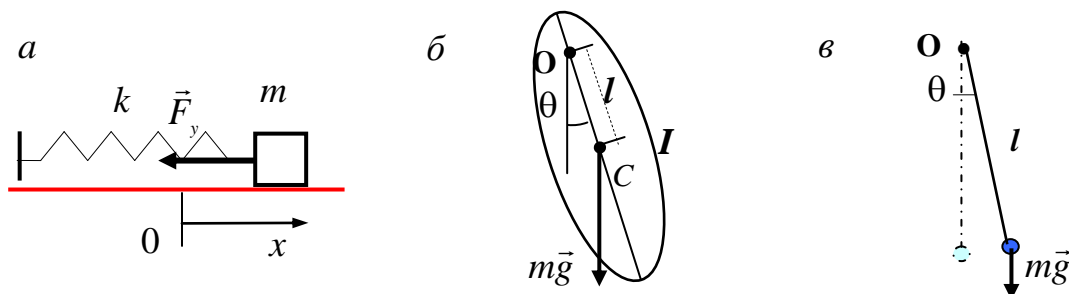


Рис.1.28

	уравнение движения	
$\ddot{x} + (k/m) = 0$	$\ddot{\theta} + (mgl/I)\theta = 0$	$\ddot{\theta} + (g/l)\theta = 0$
	период колебаний	
$T = 2\pi\sqrt{m/k}$	$T = 2\pi\sqrt{I/mgl}$	$T = 2\pi l/g$
	энергия	
$E = mA^2 \omega_0^2/2 = (kA^2/2);$	$E = IA^2 \omega_0^2/2 = mglA^2/2;$	$E = ml^2A^2 \omega_0^2/2 = mglA^2/2.$

**Линейный осциллятор** - обобщение модели гармонического осциллятора, учитывающее в линейном приближении силы сопротивления среды:

$$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

где  $\beta > 0$  - коэффициент затухания, характеризующий процессы рассеяния энергии в системе.

При слабом затухании ( $\omega_0^2 > \beta^2$ ) осциллятор совершает *затухающие колебания* (рис.1.29) с частотой  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  и амплитудой, изменяющейся по закону  $A(t) = A_0 \exp(-\beta t)$  :

$$x(t) = A_0 \exp(-\beta t) \cos(\omega t + \varphi_0).$$

**Условный период затухающих колебаний:**  $T^* = 2\pi/\omega$ .

**Логарифмический декремент затухания:**

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N},$$

где  $N$  - число колебаний, совершаемых за время релаксации  $\tau = 1/\beta$ .

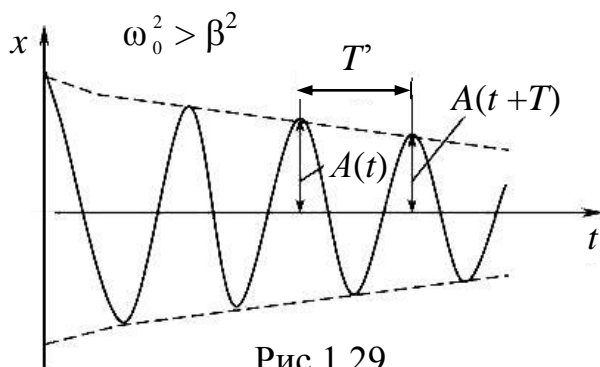


Рис.1.29

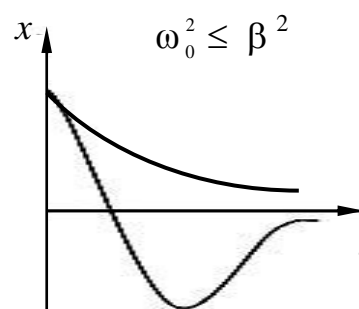


Рис.1.30

При  $\omega_0^2 \leq \beta^2$  осциллятор совершает *апериодическое* (неколебательное) движение к состоянию покоя (рис. 1.30).

**Добротность осциллятора**  $Q = 2\pi | \langle E \rangle / \Delta \langle E \rangle |$  - характеристика потерь энергии осциллятора, где  $\langle E \rangle / \Delta \langle E \rangle$  - отношение запасенной энергии к средней энергии, теряемой за период. При слабом затухании ( $\omega_0 \gg \beta$ )  $Q = \pi / \beta T = \omega / 2\beta \gg 1$ .

**Вынужденные колебания:** незатухающие колебания при периодическом внешнем воздействии непосредственно на состояние системы. При этом *внешнее воздействие не изменяет параметры осциллятора, а осциллятор не влияет на свойства источника воздействия.*

**Вынужденные колебания линейного осциллятора** при гармоническом внешнем воздействии описываются уравнением

$$\ddot{x} + 2\beta \dot{x} + \omega_0^2 x = f \cos \Omega t.$$

При  $t \gg \tau = 1/\beta$  в системе устанавливаются незатухающие вынужденные колебания

$$x(t) = A \cos(\Omega t - \delta),$$

где  $A, \delta$  - амплитуда и разность фаз:

$$A = f / \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2 \Omega^2};$$

$$\text{tg } \delta = 2\beta\Omega / (\omega_0^2 - \Omega^2),$$

При слабом затухании ( $\omega_0^2 > 2\beta^2$ ) амплитуда имеет *минимум*  $A_0 = f / \omega_0^2$  при  $\Omega = 0$  и *максимум*  $A_m = f / 2\beta \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$  на частоте  $\Omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ .

При  $\omega_0 \gg \beta$   $A_m / A_0 = \omega_0 / 2\beta = Q \gg 1$ .

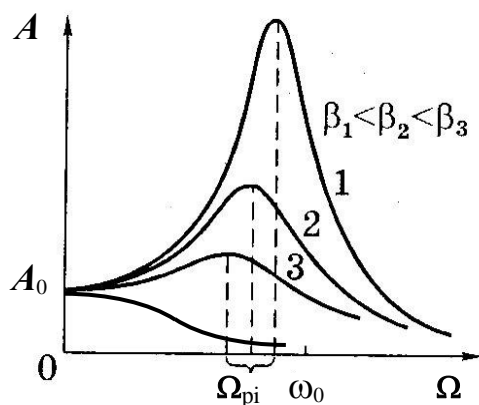


Рис.1.31

**Резонанс** - явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты  $\Omega$  внешнего воздействия к характерной для системы резонансной частоте.

При негармоническом возмущении, *форма колебаний линейного осциллятора отличается от формы колебаний вынуждающей силы.*

**Сложение гармонических колебаний.** Движение системы, участвующей в нескольких колебательных процессах, рассматривается как результат сложения коле-

баний. Различают сложение колебаний, совершающихся в одном направлении и сложение колебаний, совершающихся во взаимно перпендикулярных направлениях.

**Результат сложения двух гармонических колебаний одинаковой частоты и одного направления**

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

– гармоническое колебание того же направления и той же частоты:

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi),$$

где амплитуда  $A$  и начальная фаза находятся по формулам

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2);$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

При  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm 2\pi m$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ )  $A = A_1 + A_2$ ,

при  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pm (2m + 1)\pi$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ )  $A = |A_1 - A_2|$ .

**Битения** – результат сложения двух гармонических колебаний с близкими частотами (рис.1.32). Если

$$x_1 = A \sin \omega_1 t \quad \text{и} \quad x_2 = A \sin \omega_2 t$$

( $\omega_1 \gg \Delta\omega = |\omega_1 - \omega_2|$ ,  $\omega_2 = \omega$ ), то

$$x = 2A \sin [(\Delta\omega/2)t] \sin \omega t.$$

Период колебаний амплитуды

$$T_0 = 2\pi / \Delta\omega, \quad T_0 \gg T = 2\pi / \omega$$

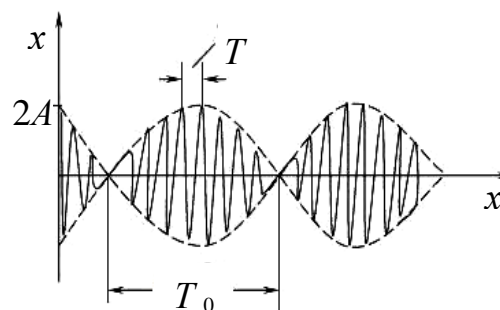


Рис.1.32

**Сложение взаимно перпендикулярных колебаний.** Периодические движения на плоскости или в пространстве могут быть представлены как совокупность колебаний вдоль соответствующих осей координат.

$$\text{Результат сложения колебаний} \quad x = A \cos \omega t, \quad y = B \cos(\omega t + \varphi)$$

- движение по эллипсу  $(x/A)^2 + (y/B)^2 - 2(xy/AB) \cos \varphi = \sin^2 \varphi$ ,

размеры и ориентация которого зависит от амплитуд складываемых колебаний и разности фаз  $\varphi$ .

При  $\varphi = \pm m\pi$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$  эллипс вырождается в отрезок прямой

$y = \pm (B/A)x$ , где знак плюс соответствует четным значениям  $m$  (рис.1.33а), а знак минус – нечетным (рис.1.33б).

При  $\varphi = (2m + 1)\pi/2$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$  оси эллипса совпадают с осями координат, а размеры его полуосей равны амплитудам  $A$  и  $B$  (рис.1.33в)

$$(x/A)^2 + (y/B)^2 = 1.$$

Траектория замкнута, если значения  $x, y$  одновременно повторяются

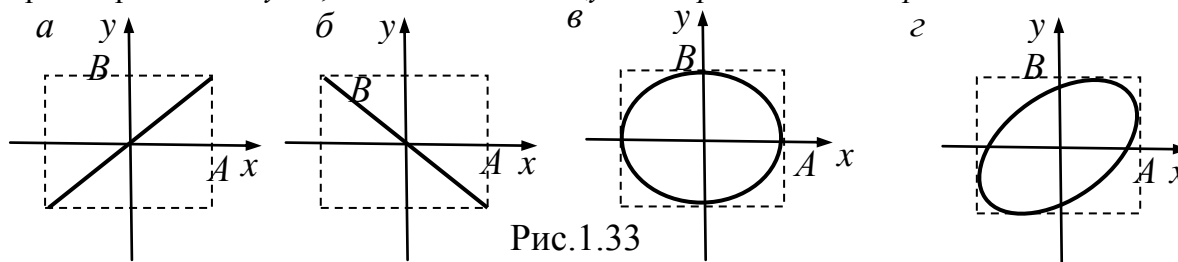


Рис.1.33

через одинаковые промежутки времени  $T_0$ , равные наименьшему общему кратному периодов  $T_1 = 2\pi/\omega_1$  и  $T_2 = 2\pi/\omega_2$ , т.е. при  $p\omega_1 = q\omega_2$ , где  $p, q$  – целые числа. Такие траектории называют *фигурами Лиссажу* (Рис.1.34).

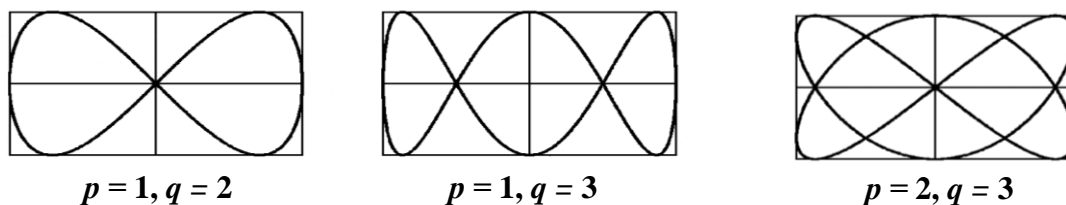


Рис.1.34

### 1.6. Волны

**Волны** - возмущения некоторых физических величин, распространяющиеся от места их возникновения с характерной скоростью. Особенность волновых движений - наличие *близкодействующей связи* между возмущениями в соседних точках пространства. Передача подобных возмущений обусловлена причинно-следственной связью и не может превышать скорости света в вакууме.

**Волновая функция**  $\psi(\vec{r}, t)$  – функция, характеризующая состояние всех элементов волнового процесса в любой момент времени. Волновые функции могут быть как скаларами (уровень жидкости, давление газа), так и векторами (скорости частиц среды).

**Кинематическое уравнение бегущей волны :**

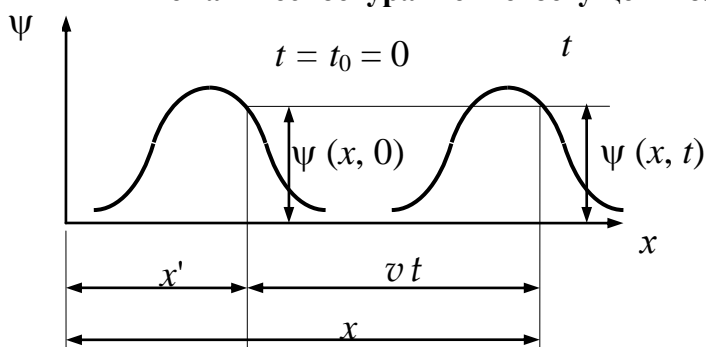


Рис.1.35

$$\psi(x, t) = f(x \mp vt).$$

Зависимость  $f(x \mp vt)$  называют профилем волны, величину  $\xi = x \mp vt$  - фазой.

На рис.1.35 профиль волны при  $v = \text{const}$  перемещается без изменений в направлении  $+x$  со скоростью  $v$ . Волна, распространяющаяся в направлении  $-x$  описывается функцией  $\psi(x, t) = f(x + vt)$ .

**Фазовая скорость**  $v$  - скорость перемещения фазы волны.

**Волновая поверхность** – геометрическое место точек с одинаковой фазой. Волновые поверхности плоских волн - плоскости, перпендикулярные направлению распространения волны. Волновые поверхности *сферической* волны

$$\psi(r, t) \sim f(r - vt)/r$$

- концентрические сферы, в центре которых находится точечный источник,  $r$  – расстояние от источника до рассматриваемой точки (рис.1.36). Волновые поверхности *цилиндрических* волн – поверхности цилиндров, соосных с цилиндрическим источником (рис.1.37).

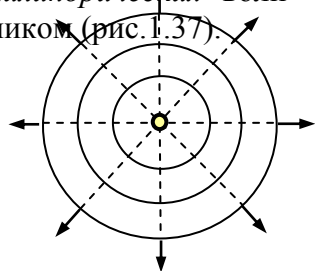


Рис.1.36

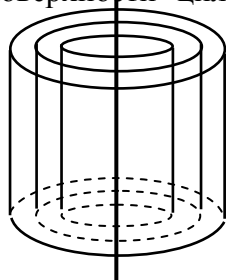


Рис.1.37

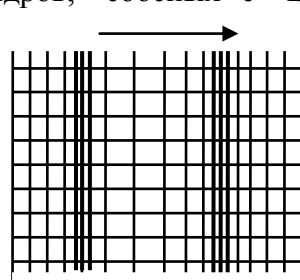


Рис.1.38

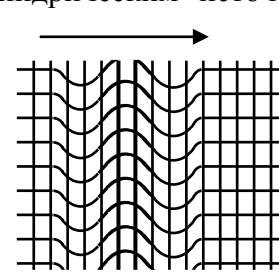


Рис.1.39

**Волновой фронт** - волновая поверхность, отделяющая область пространства с волновым движением от невозмущенной области.

**Продольные волны** – волны, в которых колебания происходят вдоль направления распространения волны (рис.1.38). Продольные волны возможны в газах, жидкостях и твердых телах.

**Поперечные волны** - волны в которых колебания происходят перпендикулярно направлению распространения волны (рис.1.39). Поперечными являются волны на поверхности жидкости, в твердых телах (например – волны, распространяющиеся в струнах).

**Уравнение плоской бегущей гармонической волны**

$$\psi(\vec{r}, t) = A \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \varphi_0),$$

где  $\vec{k} = k\vec{n}$  - волновой вектор, указывающий направление распространения волны  $\vec{n}$  - единичный вектор.

Выбрав координатную ось вдоль направления волнового вектора, можно записать  $\psi(\vec{r}, t)$  в виде

$$\begin{aligned} \psi(x, t) &= A \cos(\omega t - kx + \varphi_0) = \\ &= A \cos[\omega(t - x/v) + \varphi_0] = A \cos[2\pi(t/T - x/\lambda) + \varphi_0], \end{aligned}$$

где  $A, \omega, k, \varphi_0$  - соответственно амплитуда, частота, волновое число и начальная фаза.

**Фазовая скорость** гармонической волны:

$$v = \omega / k$$

**Гармоническая волна периодична во времени** с периодом

$$T = 2\pi/\omega.$$

**Длина волны** - пространственный период гармонической волны, расстояние пройденное волной за период колебания

$$\lambda = 2\pi/k = vT.$$

**Волновое число** – пространственный аналог круговой частоты  $\omega$ :

$$k = 2\pi/\lambda,$$

число длин волн, укладываемых на отрезке  $2\pi$ .

**Волновой вектор** – вектор, направление которого перпендикулярно фронту бегущей волны, а абсолютное значение равно волновому числу.

**Стоячая волна** - пространственно распределенное колебание в некоторой ограниченной области, описываемое законом

$$\psi(\vec{r}, t) = A(\vec{r})q(t).$$

Примеры стоячих волн - колебания газа в трубе, колебания струны с закрепленными концами (рис.1.40).

**Стоячая гармоническая волна**  $\psi(x, t)$  может быть представлена в виде суперпозиции двух бегущих в противоположных направлениях гармонических волн с одинаковыми частотами:

$$\psi(x, t) = 2A \sin(kx) \sin(\omega t) = A \cos(\omega t - kx) - A \cos(\omega t + kx).$$

В каждой точке происходят колебания с частотой  $\omega$  и амплитудой  $|2A \sin(kx)|$ , зависящей от координаты.

**Пучности стоячей волны** - точки  $x_n = (n + 1/2)\pi/k = (n + 1/2)\lambda/2$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , где амплитуда максимальна и равна  $2A$ .

**Узлы стоячей волны** - точки  $x_y = n\pi/k = n\lambda/2$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , где амплитуда равна нулю.





Рис.1.40

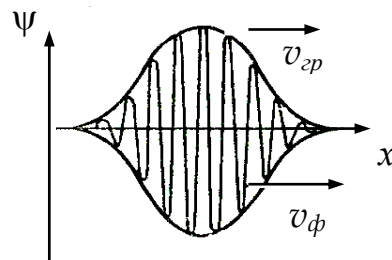


Рис.1.41

Расстояния между двумя соседними пучностями или двумя соседними узлами равны длине стоячей волны  $\lambda_{ст} = \lambda/2$  :

$$x_{п\ n+1} - x_{п\ n} = \lambda_{ст} = \lambda/2; \quad x_{у\ n+1} - x_{у\ n} = \lambda_{ст} = \lambda/2 .$$

На жестко закрепленных концах струны (рис.1.40) находятся узлы смещения. На длине  $l$  струны укладывается целое число длин стоячей волны  $\lambda_{ст}$  :

$$l = n\lambda / 2 \quad (n = 1, 2, \dots).$$

**Собственные частоты** колебаний струны:  $\nu_n = n v / 2 l$ .

**Дисперсия** - зависимость фазовой скорости волны от частоты ее колебаний (длины волны).

**Волновой пакет** - суперпозиция волн, мало отличающихся друг от друга и занимающая в каждый момент времени ограниченную область пространства (рис.1.41).

**Групповая скорость** - скорость, с которой перемещается центр волнового пакета:

$$v_{gp} = \frac{d\omega}{dk} = v_{\phi} - \lambda \frac{dv_{\phi}}{d\lambda} .$$

В зависимости от вида дисперсии групповая скорость может быть как больше, так и меньше фазовой. В недиспергирующей среде

$$d v_{\phi} / d \lambda = 0, \text{ и групповая скорость совпадает с фазовой } (v_{gp} = v_{\phi}).$$

**Эффект Доплера** - изменение частоты излучения, регистрируемое наблюдателем при относительном движении источника и наблюдателя.

Если источник волн удаляется от неподвижного приемника со скоростью  $u$ , то регистрируется излучение с частотой  $\nu = \nu_0 / (\nu + u)$ , где  $\nu$  – скорость распространения волн. В данном случае  $\nu < \nu_0$ .

Если источник волн приближается к приемнику то  $\nu = \nu_0 / (\nu - u)$ , и  $\nu > \nu_0$ . Если источник, излучая звук на частоте 400 Гц, движется с  $v = 30$  м/с к неподвижному наблюдателю, то он услышит звук на частоте  $\nu = 330 \cdot 400 / (330 - 30) = 440$  (Гц). Если приемник движется к неподвижному источнику, то  $\nu = \nu_0 (\nu + u) / \nu$ ,  $\nu > \nu_0$ . Если приемник удаляется от источника  $\nu = \nu_0 (\nu - u) / \nu$ ,  $\nu < \nu_0$ .

**Волновые уравнения** - дифференциальные уравнения в частных производных, описывающие пространственно-временное изменение волновых функций. Волновые уравнения следуют из уравнений движения соответствующих систем.

**Принцип суперпозиции:** Изменение состояния, описываемое волновым уравнением, может быть представлено в виде суммы некоторых волн, каждая из которых удовлетворяет этому же уравнению.

Данный принцип выполняется при относительно малых возмущениях, когда *свойства среды не зависят от возмущений, создаваемых волной*, волновые процессы описываются линейными уравнениями.

**Волновое уравнение:**

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - v^2 \nabla^2 \psi = 0,$$

где  $v = \text{const}$  – скорость волны, описывает волны в однородных и изотропных средах.  
Для плоской волны, распространяющейся по оси  $x$ ,

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0.$$

Общее решение уравнения - суперпозиция двух волн, бегущих навстречу друг другу со скоростями  $v$  и  $-v$  :

$$\psi(x, t) = \psi_1(x - vt) + \psi_2(x + vt).$$

Вид волновых функций определяется условиями возбуждения волны.

**Скорость распространения** волн определяется природой среды и видом волны. *Продольные* упругие волны *сжатия-растяжения* в тонком стержне, распространяются со скоростью  $v = \sqrt{E/\rho}$ , где  $E$  – модуль Юнга,  $\rho$  - плотность среды. Скорость распространения *поперечных* волн в твердом теле -  $v = \sqrt{G/\rho}$ , где  $G$  – модуль сдвига.

**Энергия упругой среды**, в которой происходит волновое движение, складывается из кинетической энергии движущихся частиц и потенциальной энергии, обусловленной деформацией. В бегущей волне малой интенсивности энергия переносится со скоростью волны без переноса массы.

**Объемная плотность энергии**  $w$  - энергия волны в единице объема. Для гармонической волны с частотой  $\omega$  и амплитудой  $A$  среднее значение объемной плотности энергии равно

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2.$$

**Плотность потока энергии** - вектор  $\vec{J}$ , направленный в сторону переноса энергии волной, равный по модулю энергии, переносимой в единицу времени через единицу площади:

$$J = v w.$$

**Интенсивность волны** – среднее значение плотности потока энергии:  
 $I = \langle J \rangle = v \langle w \rangle.$

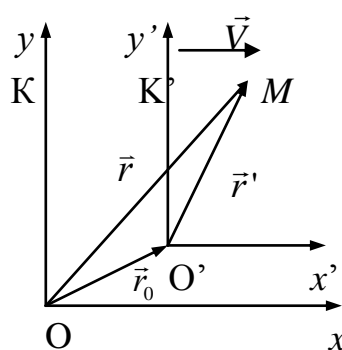
Интенсивность гармонической волны:

$$I = \frac{1}{2} \rho v A^2 \omega^2.$$

### 1.7.Элементы специальной теории относительности

**Преобразования Галилея** - соотношения определяющие связь координат точки в двух ИСО при  $v \ll c$ . При движении  $K'$ - системы со





скоростью  $V$  в положительном направлении  $X$  (рис.1.41) преобразования Галилея имеют вид:

$$x = x' + V t', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t';$$

$$x' = x - V t, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t.$$

Следствия из преобразований Галилея:

классический закон сложения скоростей  $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{V}$ ;

независимость от выбора ИСО ускорения, сил и вида уравнения, выражающего второй закон Ньютона:  $\vec{a} = \vec{a}'$ ;

$$\vec{F} = \vec{F}'; \quad m \vec{a} = \vec{F}, \quad m \vec{a}' = \vec{F}'.$$

Рис.1.42

### Постулаты специальной теории относительности

1. *Принцип относительности*: все физические явления протекают одинаковым образом во всех инерциальных системах отсчёта (ИСО); все законы природы и уравнения, их описывающие, инвариантны по отношению к инерциальным системам отсчёта.

2. *Принцип инвариантности скорости света*: скорость света в вакууме не зависит от движения источника света и одинакова во всех направлениях. Это означает, что скорость света одинакова во всех ИСО.

**Преобразования Лоренца**: преобразования координат и времени при переходе от одной инерциальной системы к другой. Если система отсчёта  $K'$  движется с постоянной скоростью  $v$  параллельно оси  $X$  инерциальной системы отсчёта  $K$ , то

$$K' \rightarrow K: \quad x = (x' + v t') \Gamma; \quad y = y'; \quad z = z'; \quad t = (t' + v x'/c^2) \Gamma;$$

$$K \rightarrow K': \quad x' = (x - v t) \Gamma; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = (t - v x/c^2) \Gamma,$$

$$\text{где } \beta = v/c; \quad \Gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} > 1.$$

При  $v \ll c$  преобразования Лоренца совпадают с преобразованиями Галилея.

### Следствия из преобразований Лоренца:

*Относительность понятия одновременности*: если события  $A_1$  и  $A_2$  в  $K$ -системе происходят одновременно в разных точках ( $x_1 \neq x_2$ ), то в  $K'$ -системе эти события не одновременны ( $t'_2 \neq t'_1$ ).

*Промежуток времени между событиями  $\Delta t_0$  в движущейся ИСО, измеренный неподвижным наблюдателем -  $\Delta t$  больше, чем для наблюдателя в движущейся ИСО*. Длительность события, происходящего в некоторой точке, наименьшая в той ИСО, относительно которой эта точка неподвижна:

$$\Delta t = \Delta t_0 \Gamma > \Delta t_0,$$

т.е. движущиеся часы идут медленней.

*Длина тела  $l_0$ , измеренного в движущейся ИСО в направлении ее движения испытывает сокращение:*

$$l = l_0 \sqrt{1-\beta^2}.$$

Максимальна длина у тела в системе отсчета, где оно покоится. Сокращаются только размеры, параллельные скорости движения.

Среднее время жизни  $\mu$ -мезона (мюона) в собственной системе отсчета  $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6}$  с. Мюоны рождаются в верхних слоях атмосферы на высоте  $h = 20-30$  км, под действием космических лучей, движутся со скоростями, близкими скорости света и достигают по

верхности Земли за время  $\Delta t \approx h/c \sim 10^{-4} \text{ с} \gg \tau_0$ . Различие объясняется тем, что время  $\Delta t$  измеряется земным наблюдателем, для которого время жизни мюона  $\tau = \tau_0 \Gamma > \tau_0$ , что и наблюдается в действительности. В собственной системе отсчета мюона все расстояния испытывают лоренцево сокращение, и за время  $\tau_0$  поверхность Земли успевает “додолететь” до мюона.

*Преобразование скоростей:*

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2}; \quad u'_y = \sqrt{1 - \beta^2} \frac{u_y}{1 - vu_x/c^2}; \quad u'_z = \sqrt{1 - \beta^2} \frac{u_z}{1 - vu_x/c^2}.$$

При  $\beta \ll 1$   $u'_x = u_x - v$ ,  $u'_y = u_y$ ,  $u'_z = u_z$ .

При распространении света по оси  $x$  в  $K$ -системе  $u_x = c$ ;  $u_y = u_z = 0$ , в  $K'$ -системе

$$u'_x = \frac{c - v}{1 - vc/c^2} = c; \quad u'_y = 0; \quad u'_z = 0.$$

Скорость света в новой ИСО равна  $c$  при любом знаке  $v$ .

**Релятивистский импульс и энергия частицы массой  $m_0$ :**

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad E = c \sqrt{p^2 + (mc)^2}.$$

Если масса частицы  $m_0 = 0$ , то  $E = cp$ ,  $v = c$ .

**Энергия покоя** частицы ( $p = 0$ )  $E_0 = mc^2$ .

**Кинетическая энергия** частицы  $W_K = E - E_0 = c \sqrt{p^2 + (mc)^2} - E_0$ .

При  $v/c \ll 1$   $W_K \approx mc^2 [ (1 + (p/mc)^2/2) ] - E_0 \approx p^2/2m$ .

**Основное уравнение релятивистской динамики**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F},$$

где  $\vec{p}$  - релятивистский импульс частицы.

**Энергия  $E_c$  и импульс  $P_c$  системы** релятивистских частиц:

$$E_c = c \sqrt{P_c^2 + (M_c c)^2}.$$

**Законы сохранения** энергии и импульса системы

$$E_c = \text{const}, \quad P_c = \text{const}.$$

## 2. Элементы молекулярной физики и термодинамики

Макроскопические системы состоят из огромного ( $\ln N \gg 1$ ) числа частиц, движение которых методами динамики практически невозможно и бесполезно. Физические свойства макроскопических систем изучают двумя взаимно дополняющими методами: статистическим и термодинамическим.

*Статистический метод* основан на применении теории вероятностей к определенным моделям изучаемых систем. Этот метод лежит в основе молекулярной физики, изучающей свойства веществ, исходя из представлений об атомном строении вещества.

*Термодинамический метод* оперирует понятиями, относящимися к системе в целом, не рассматривая ее внутреннее строение. Этот метод лежит в основе термодинамики, изучающей взаимосвязи между наблюдаемыми свойствами макроскопических систем разной природы.

## 2.1. Элементы молекулярной физики

**Число Авогадро**  $N_A = 6,02252 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup> равно отношению молярной массы вещества к массе одной молекулы. Это число атомов, содержащихся в 0,012 кг изотопа углерода <sup>12</sup>C.

**Моль** – количество вещества, содержащее  $N_A$  частиц.

**Тепловое движение** - беспорядочное движение частиц, образующих макроскопические объекты.

**Состояние теплового равновесия** - стационарное состояние изолированной макроскопической системы. Состояние теплового равновесия в заданных внешних условиях единственно и устойчиво. В этом состоянии изолированная система может находиться сколь угодно долго. Приближение к тепловому равновесию называют релаксацией. В процессе релаксации происходит “забывание” начального состояния системы.

**Термодинамические параметры (макропараметры)** – физические величины, характеризующие равновесное состояние макроскопической системы: температура, объем, плотность, давление и др.). В состоянии теплового равновесия макропараметры не зависят от времени и координат.

Внутренние параметры (давление, температура) определяют усредненную картину теплового движения и условия равновесия в системе. Внешние параметры (объем сосуда, занимаемого газом, характеристики внешних силовых полей) характеризуют окружение системы.

**Плотность массы** - масса вещества в единичном объеме тела:

$$\rho = dm/dV.$$

**Концентрация** - число частиц в единичном объеме тела:

$$n = dN/dV.$$

В системе из частиц одного вида  $\rho = m_0 n$ , где  $m_0$  - масса одной частицы.

**Давление** - характеристика сил, действующих в газах и жидкостях:

$$p = dF_n/dS,$$

где  $dF_n$  - модуль нормальной силы, действующей со стороны жидкости (газа) на каждую из поверхностей, помещенной в них площадки  $dS$ .

**Температура** - характеристика интенсивности теплового движения частиц тела. В системе, описываемой законами классической физики, температура  $T$  связана со средней кинетической энергией поступательного движения молекулы:

$$\langle W_K \rangle = \langle m\bar{v}^2/2 \rangle = 3/2 kT,$$

где  $m$ ,  $v$  - масса и скорость молекулы,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/ К – постоянная Больцмана. Температурная шкала, связанная с  $\langle W_K \rangle$ , называется абсолютной или шкалой Кельвина. Значение  $T = 0$  называется абсолютным нулем температуры.

На опыте определяется эмпирическая температура объекта – величина, измеряемая термометром, приведенным в состояние теплового равновесия с исследуемым объектом. При измерении температуры используется зависимость свойств термометра от температуры. Общее определение понятия температуры дается в статистической физике.

**Уравнение состояния** - закон, выражающий взаимосвязь макропараметров системы:

$$F(p, V, T, \dots) = 0.$$

Уравнения состояния формулируются на основе анализа экспериментальных данных. Приближенные выражения уравнений состояния на основе представлений об атомном строении вещества получены только для некоторых простейших систем.

**Идеальный газ** – система частиц пренебрежимо малого объема, не взаимодействующих между собой на расстоянии. Взаимодействие частиц между собой и со

стенками сосуда носит характер абсолютно упругих столкновений. Данные условия выполняются при давлениях, близких к атмосферному, для инертных газов, кислорода, азота и т.п. и нарушаются с ростом давления, а также - в газах многоатомных молекул и при давлениях, меньших  $10^{-7}$  атмосферного, когда молекулы сталкиваются в основном со стенками сосуда.

**Основное уравнение кинетической теории идеальных газов**

$$p = \frac{2}{3} n \langle m v^2/2 \rangle ,$$

где  $p, n$  – давление и концентрация молекул,  $\langle m v^2/2 \rangle$  - средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

**Уравнение состояния идеального газа:**

$$p = n k T \text{ или } pV = N k T ,$$

где  $N$  - число частиц в объеме  $V$ .

**Уравнение Клапейрона** - уравнение состояния для одного моля идеального газа:

$$p V_m = RT ,$$

где  $R = N_A k = 8,31$  Дж/моль - универсальная газовая постоянная,  $V_m$  - объем одного моля.

**Уравнение Клапейрона – Менделеева** - уравнение состояния для произвольной массы идеального газа:

$$p V = (m / \mu) RT ,$$

где  $m, \mu$  - масса и молярная масса газа.

**Закон Авогадро:** в равных объемах разных газов при одинаковой температуре и давлении содержится одинаковое число молекул  $N = pV/kT$ .

**Закон Дальтона** : в состоянии теплового равновесия давление в смеси газов равно сумме давлений каждой компоненты газа  $p = \sum p_i$ .

**Распределение Максвелла.** В состоянии теплового равновесия в газе устанавливается стационарное статистическое распределение молекул по скоростям, характеризуемое функцией распределения молекул по скоростям  $f(v)$ , которое определяет относительное число молекул со скоростями в заданном интервале скоростей от  $v$  до  $v + dv$ :

$$dN/N = f(v) dv .$$

Для идеального газа закон распределения молекул по абсолютным значениям скоростей установлен Дж.К.Максвеллом:

$$f(v) = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp(-m v^2/2kT)$$

Относительное число молекул  $dN/N$  со скоростями в интервале от  $v$  до  $v + dv$  равно площади заштрихованной полоски на рис.2.1.

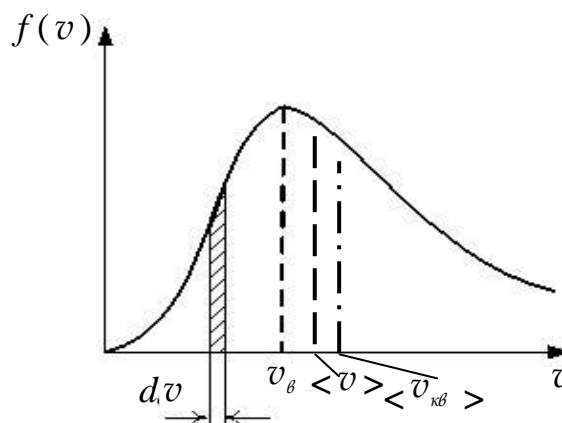


Рис.2.1

**Наиболее вероятная скорость**

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

- скорость, при которой функция  $f(v)$  максимальна,

**Средняя арифметическая скорость молекул**

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$$

**Средняя квадратичная скорость молекул**

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$$

**Барометрическая формула:**

$$p(z) = p_0 \exp\left(-\frac{\mu g z}{RT}\right),$$

где  $p_0$  - давление на высоте  $z = 0$ ,  $T = \text{const}$  – температура,  $\mu$  - молярная масса газа,  $R$  - универсальная газовая постоянная.

*Распределение концентрации по высоте:*

$$n(z) = n_0 \exp\left(-\frac{\mu g z}{RT}\right).$$

**Распределение Больцмана** - формула, выражающая пространственное распределение частиц газа в поле потенциальных сил в состоянии теплового равновесия:

$$n(\vec{r}) = n_0 \exp\left(-\frac{W_{\text{п}}(\vec{r})}{kT}\right),$$

где  $W_{\text{п}}(\vec{r})$  - потенциальная энергия,  $n_0$  - концентрация частиц в точке, где  $W_{\text{п}}(\vec{r}) = 0$ .

**Внутренняя энергия** – энергия движения и взаимодействия входящих в систему частиц. При этом не учитывается движение системы как целого. Внутренняя энергия – функция состояния системы.

**Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы:** в состоянии теплового равновесия на каждую классическую степень свободы частицы в среднем приходится энергия, равная  $kT/2$ .

**Средняя энергия теплового движения молекулы**, имеющей  $i$  степеней свободы:

$$\langle W_K \rangle = i kT/2.$$

**Число степеней свободы молекул.** Молекула одноатомного газа (атом) имеет 3 степени свободы поступательного движения ( $i = 3$ ), двух-

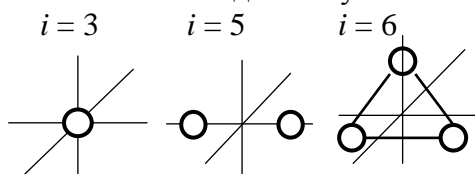


Рис.2.2

атомного газа - 3 поступательного и 2 вращательного движения ( $i = 5$ ). У молекул из трех и более атомов - 3 поступательных и 3 вращательных степеней свободы ( $i = 6$ ). При учете относительного движения атомов в молекуле колебательные степени свободы учитываются дважды.

**Внутренняя энергия идеального газа** - средняя кинетическая энергия теплового движения молекул:

$$U = N \langle W_K \rangle = N i kT/2 = \nu i RT/2$$

**Средняя длина свободного пробега молекул** – среднее расстояние, пройденное молекулой между двумя последовательными столкновениями:

$$\langle l \rangle = 1/\sqrt{2} \pi d^2 n,$$

$d$  - диаметр молекулы,  $n$  - концентрация молекул.

**Явления переноса** - передача числа частиц, импульса, энергии от одной части неравновесной системы к другой в процессах, направленных на установление теплового равновесия. К явлениям переноса относятся диффузия, теплопроводность, вязкость.

**Диффузия** - перенос вещества, обусловленный тепловым движением молекул при неоднородном распределении вещества в макроскопической системе. *Поток диффузии* - величина, равная массе, проходящей в единицу времени через единичную площадку.

**Закон Фика** определяет поток диффузии  $j^{(m)}$  при малых отклонениях от равновесия. В одномерном случае

$$j^{(m)} = -D \frac{\partial \rho}{\partial x},$$

где  $\rho$  - массовая плотность диффундирующего вещества,  $D$  - коэффициент диффузии, характеризующий скорость переноса. Знак минус указывает, что поток диффузии направлен в сторону убывания плотности. Согласно кинетической теории газов  $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle$ .

**Теплопроводность** - перенос внутренней энергии, обусловленный тепловым движением молекул при неоднородном распределении температуры в макроскопической системе. *Поток тепла* равен по величине энергии, переносимой в единицу времени через единичную площадку.

**Закон Фурье** определяет поток тепла  $j^{(E)}$  при малых отклонениях от равновесия. В одномерном случае

$$j^{(E)} = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x},$$

где  $T$  - температура неравномерно нагретого тела,  $\kappa$  - коэффициент теплопроводности, характеризующий скорость переноса энергии. Знак минус указывает, что перенос внутренней энергии происходит в направлении убывания температуры. Согласно кинетической теории газов  $\kappa = \frac{1}{3} c_v \langle v \rangle \langle l \rangle$ , где  $c_v$  - удельная теплоемкость газа при постоянном объеме.

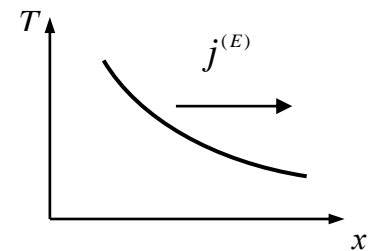


Рис.2.3

**Вязкость (внутреннее трение)** - явление, обусловленное переносом импульса вследствие различия скоростей движения макроскопических частей среды.

Поток импульса связан как с направлением импульса, так и направлением его переноса и равен импульсу, переносимому в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению переноса.

Если изменение скорости течения происходит в направлении оси  $x$  перпендикулярно направлению скорости (рис.2.4), то поток импульса в направлении оси  $x$  равен

$$j^{(p)} = -\eta \frac{\partial v}{\partial x},$$

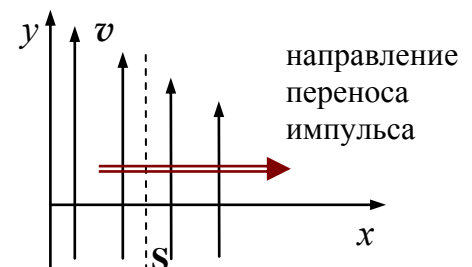


Рис.2.4

$\eta$  - динамическая вязкость (коэффициент внутреннего трения), величина, характеризующая скорость переноса импульса в результате теплового движения. Знак минус в правой части указывает, что импульс переносится в направлении уменьшения скорости течения. Согласно кинетической теории газов  $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle$ ,  $\eta = \rho D = \langle l \rangle / c_v$ .



**Сила внутреннего трения:** любой слой газа (жидкости), движущийся относительно соседнего, испытывает действие силы

$$F = \eta \frac{\partial v}{\partial x} S.$$

## 2.2. Элементы термодинамики

**Тепловой процесс** - изменение макроскопических параметров системы. Законы тепловых процессов рассматриваются термодинамикой.

**Равновесный тепловой процесс** - последовательная смена равновесных состояний. Такой процесс должен происходить достаточно медленно, чтобы в системе успевало установиться очередное состояние равновесия.

Равновесный процесс обратим, т.е. может быть проведен в прямом

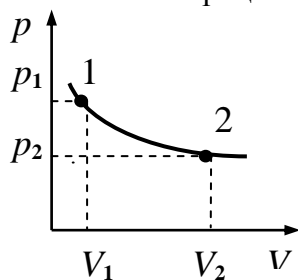


Рис.2.5

и обратном направлении через одни и те же промежуточные состояния. В системе координат, по осям которой откладываются значения определенных параметров, равновесный процесс изображается кривой, точки которой представляют соответствующие промежуточные состояния (рис.2.5). Неравновесный процесс необратим: при изменении условий в обратном порядке промежуточные состояния не будут совпадать с состояниями, которые проходила система в прямом процессе.

Работа газа при изменении его объема:

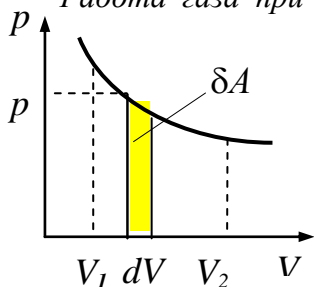


Рис.2.6

При малом изменении объема  $\delta A = p dV$ ,  
При изменении объема от  $V_1$  до  $V_2$  (рис.2.6)

$$A_{12} = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

Работа зависит от способа проведения процесса. На  $PV$ -диаграмме работа равна площади фигуры, ограниченной осью абсцисс, кривой  $p=f(V)$  и прямыми  $V_1$  и  $V_2$

**Теплота** - энергия, передаваемая системе при теплообмене. При теплопередаче происходит изменение распределения вероятностей различных значений энергии частиц системы.

При изменении температуры системы от  $T_1$  до  $T_2$

$$Q_{12} = \int_{T_1}^{T_2} c^* dT,$$

где  $c^*$  - теплоемкость системы в данном процессе. Количество тепла  $Q_{12}$  зависит от способа проведения процесса.

**Теплоемкость** - количество тепла, необходимое для изменения температуры системы на единицу:

$$c^* = \frac{\delta Q}{dT},$$

**Удельная теплоемкость вещества**  $c$  - теплоемкость единицы массы,

**Молярная теплоемкость**  $C$  - теплоемкость одного моля.

$$c = \frac{c^*}{m} = \frac{\delta Q}{mdT}, \quad C = \frac{c^*}{\nu} = \frac{\delta Q}{\nu dT} = c \mu.$$

**Первое начало термодинамики** - теплота, полученная системой, идет на приращение ее внутренней энергии и на совершение ею работы против внешних сил:

$$\delta Q = dU + \delta A, \\ Q_{12} = U_2 - U_1 + A_{12}.$$

Если теплота сообщается системе, то  $\delta Q > 0$ , если отбирается у нее, то  $\delta Q < 0$ . В замкнутом процессе (цикле) (рис. 2.7)  $\Delta U = 0$ ,  $Q = A$ .

Периодически действующий двигатель, совершающий работу без потребления энергии, невозможен.

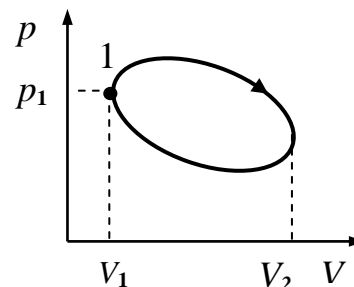


Рис.2.7

**Теплоемкость газа:**

$$c^* = \frac{dU}{dT} + p \frac{dV}{dT}.$$

**Уравнение Майера:**  $C_p - C_v = R$ , где  $C_p, C_v$  - молярные теплоемкости идеального газа при постоянном давлении и постоянном объеме.

**Изопроцессы** – процессы, при которых один из параметров состояния постоянен - *изохорный* процесс ( $V = \text{const}$ , рис.2.8), *изобарный* процесс ( $p = \text{const}$ , рис.2.9), *изотермический* процесс ( $T = \text{const}$ , рис.2.10):

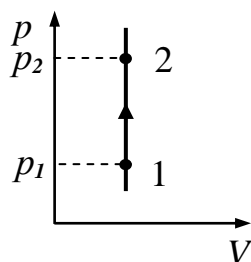


Рис.2.8

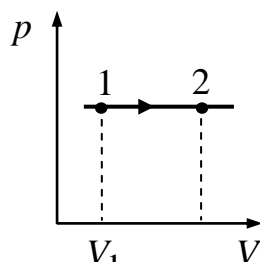


Рис.2.9

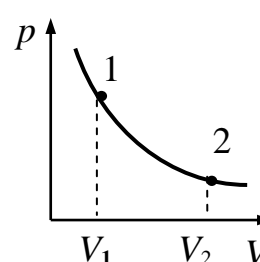


Рис.2.10

процесс	Изохорный	Изобарный	Изотермический
$U_2 - U_1$	$\Delta U = \nu C_v (T_2 - T_1) = = (i/2)\nu(p_2 - p_1)V$	$\Delta U = \nu C_v (T_2 - T_1) = = (i/2)\nu p (V_2 - V_1)$	$\Delta U = 0$
$A_{12}$	$A = 0$	$A_{12} = p (V_2 - V_1) = = \nu R (T_2 - T_1)$	$A_{12} = \nu RT \ln(V_2/V_1) = = \nu RT \ln(p_1/p_2)$
$Q_{12}$	$Q_{12} = \nu C_v (T_2 - T_1) = = \Delta U$	$Q_{12} = \nu C_p (T_2 - T_1) = = ((i+2)/2)\nu (p_2 - p_1)V$	$Q_{12} = A_{12}$
$C$	$C_v = (i/2)R$	$C_p = ((i+2)/2)R$	$C_T = \infty$

**Адиабатический процесс** – процесс, происходящий при отсутствии теплообмена ( $\delta Q = 0$ ) между системой и окружающей средой. Изменение параметров состояния в адиабатическом процессе описывается уравнениями Пуассона:

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{const}, \quad p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{const},$$

где показатель адиабаты  $\gamma = (i+2)/i = C_p/C_v$ .



Адиабатическими можно считать процессы в системах, заключенных в теплоизолирующую оболочку, а также быстропотекающие процессы.

В адиабатическом процессе  $\Delta U = \nu C_V (T_2 - T_1) = (i/2) (p_2 V_2 - p_1 V_1)$ ;

$$A_{12} = -\Delta U; \quad Q_{12} = 0; \quad C_A = 0.$$

**Полиτροпный процесс** - процесс, происходящий при постоянной теплоемкости системы. Уравнение политропного процесса:

$$p V^n = \text{const},$$

где  $n = (C - C_p) / (C - C_v)$  - показатель политропы.

Теплоемкость идеального газа в политропном процессе:

$$C = (n C_v - C_p) / (n - 1).$$

**Энтропия** - функция состояния системы:

$$S = k \ln \Omega,$$

где  $k$  – постоянная Больцмана,  $\Omega$  - термодинамическая вероятность, -число микроскопических способов реализации данного макроскопического состояния. Энтропия - мера неупорядоченности системы.

При равновесных процессах и небольших отклонениях от равновесия

$$dS = \delta Q / T = dU / T + p dV / T.$$

Разность энтропий системы в двух состояниях 1 и 2 равна

$$S_2 = S_1 + \int_1^2 \frac{\delta Q}{T},$$

где интегрирование ведется вдоль любого равновесного процесса, связывающего состояния 1 и 2.

**Второе начало термодинамики:**

- невозможен самопроизвольный процесс перехода тепла от тел менее нагретых к более нагретым (Клаузиус);

- невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты полученной от нагревателя в эквивалентную ей работу (Томсон). Данные формулировки эквивалентны.

**Закон возрастания энтропии** - наиболее общая формулировка второго начала термодинамики: в любой изолированной макроскопической системе при всех процессах энтропия не убывает (Клаузиус)

$$\Delta S \geq 0.$$

В обратимых (равновесных) процессах  $\Delta S = 0$ , в необратимых  $\Delta S > 0$ .

Состояние равновесия реализуется наибольшим числом способов и наиболее вероятно. Установление теплового равновесия в изолированной системе означает переход более вероятное состояние и характеризуется увеличением энтропии.

**Третье начала термодинамики:** При температуре абсолютного нуля энтропия любой равновесной системы обращается в нуль ( $T \rightarrow 0, S \rightarrow 0$ ).

Состояние при  $T = 0$  реализуется единственным способом, т.е.  $\Omega \rightarrow 1$  Это состояние соответствует максимальной упорядоченности в системе.

**Тепловой двигатель** – периодически действующее устройство, совершающее работу за счет полученной извне теплоты. В тепловом двигателе (рис.2.11) за цикл рабочее тело получает от нагревателя теплоту  $Q_I$ , производит работу  $A = Q_I + Q_{II}$  и отдает холодильнику теплоту  $Q_{II}$

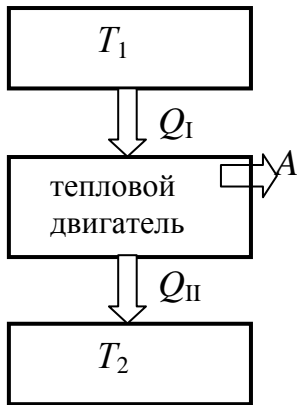


Рис.2.11

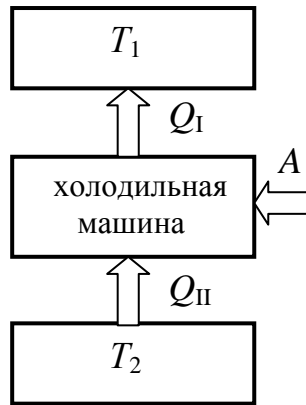


Рис.2.12

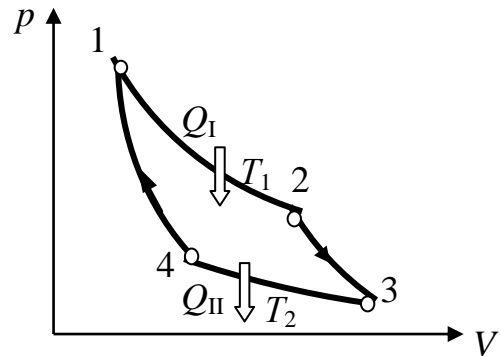


Рис.2.13

**Термический КПД двигателя**

$$\eta = \frac{A}{Q_I} = \frac{Q_I - Q_{II}}{Q_I}.$$

В холодильной машине реализуется процесс, обратный происходящему в тепловом двигателе (рис.2.12). За цикл от термостата с температурой  $T_2$  отнимается теплота  $Q_{II}$  и отдается термостату с температурой  $T_1 > T_2$  теплота  $Q_I = Q_{II} + A$ , превышающая  $Q_{II}$  на величину работы, произведенной над системой.

**Холодильный коэффициент** – отношение отнятой у тела с более низкой температурой к затрачиваемой работе:  $\eta' = |Q_{II}| / A$ .

**Цикл Карно** – замкнутый процесс, состоящий из последовательно чередующихся двух равновесных изотермических (1-2, 3-4) и двух адиабатных(2-3,4-1) процессов (рис.2.13), совершаемых идеальным газом.

Термический КПД цикла Карно не зависит от свойств рабочего тел:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

### 2.3.Реальные газы

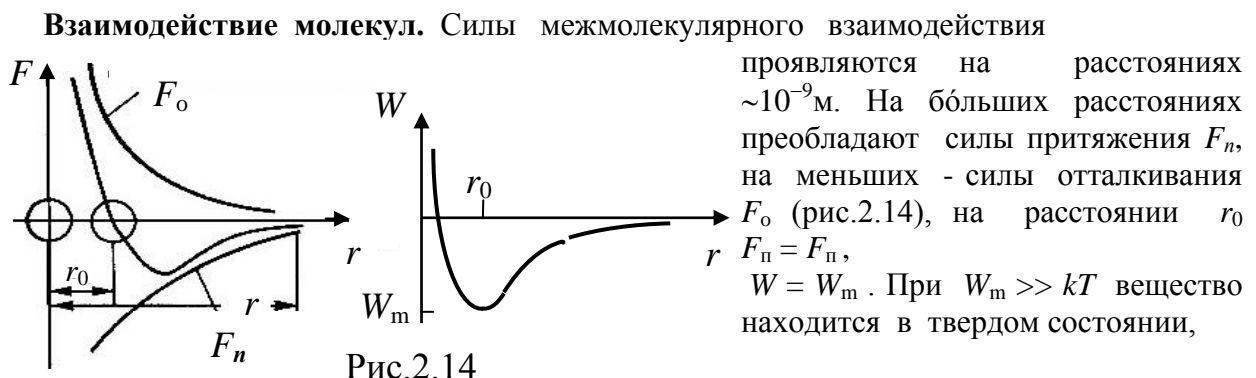


Рис.2.14

при  $W_m \sim kT$  - в жидком, при  $W_m \ll kT$  в газообразном состоянии. Слабое взаимодействие между молекулами обуславливает способность газов заполнять предоставленный объем.

**Уравнение Ван-дер-Ваальса** - уравнение состояния реального газа:

$$(p + v^2 aV)(V - vb) = vRT,$$

где  $a$  и  $b$  – постоянные Ван-дер-Ваальса, учитывающие соответственно действие межмолекулярных сил притяжения и отталкивания и определяемые опытным путем. Уравнение Ван-дер-Ваальса позволяет объяснить на качественном уровне характерные свойства реальных газов.

**Изотермы реального газа.** Изотермы уравнения Ван-дер-Ваальса – (рис.2.15 а) при высоких температурах ( $T > T_k$ ) мало отличаются от изотерм идеального газа. При критической температуре  $T_k$  на изотерме, появляется точка перегиба К – критическая точка. Наблюдаемые изотермы реального газа при  $T < T_k$  имеют вид DLGE (рис.2.16 б) и отображают непрерывный переход вещества из газообразного состояния (участок EG) в жидкое (LD). Участок GL соответствует равновесному сосуществованию жидкости и пара. Критическая точка К отображает состояние, в котором исчезает разница между жидкостью и газом. При специальных условиях могут быть реализованы неустойчивые состояния LB (перегретая жидкость) и AG (пересыщенный пар). Под колоколообразной кривой (рис.2.16 в) находится область двухфазных состояний жидкость-пар, слева от нее - область жидкого состояния, справа - область пара. Пар при изотермическом сжатии превращается в жидкость. Газ

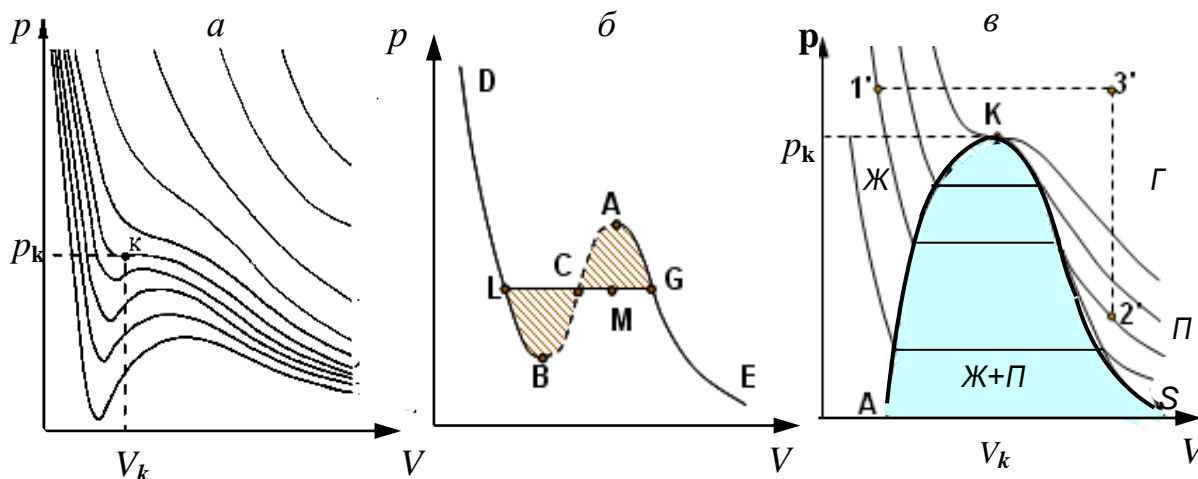


Рис.2.15

при температурах  $T > T_k$  не может быть превращен в жидкость.

**Внутренняя энергия реального газа** складывается из кинетической энергии теплового движения молекул и потенциальной энергии их взаимодействия:

$$U = \nu(C_V T - a/V).$$

Зависимость внутренней энергии реального газа от температуры и объема используется для получения низких температур и сжижения газов.

### 3. Электромагнетизм

**Электромагнитное взаимодействие** – одно из четырех фундаментальных взаимодействий. Оно определяет структуру материальных объектов и широкий круг явлений в области масштабов от  $10^{-14}$  до  $10^5$  м.

**Электрический заряд** - фундаментальная характеристика материи, внутреннее свойство частиц, определяющее способность к электромагнитному взаимодействию.

Свойства электрического заряда :

1) *дуализм* - существуют *положительные* и *отрицательные* заряды, что отражает два вида электромагнитных сил: *притяжение* разноименных зарядов и *отталкивание* одноименных зарядов;

2) *инвариантность* - заряд не изменяется при его движении;

3) *дискретность* - все заряды кратны элементарному

$$q = \pm N e, \quad N = 0, 1, 2, \dots; \quad e = 1,6021892(46) \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Наименьшей по массе частицей, имеющий заряд  $-|e|$ , является электрон. Носитель положительного элементарного заряда - протон;

4) *аддитивность* - заряд любой системы равен сумме зарядов частиц, составляющих систему;

5) *закон сохранения заряда*: электрический заряд замкнутой системы сохраняется во всех процессах, связанных с носителями зарядов.

**Плотность заряда** – характеристика распределения заряда в *макроскопическом* объекте: по объему с *объемной* плотностью  $\rho(\vec{r}, t) = dq / dV$ , по поверхности с *поверхностной* плотностью  $\sigma(\vec{r}, t) = dq / dS$ , по длине с *линейной* плотностью заряда  $\tau(\vec{r}, t) = dq / dl$ , где  $dq$  - заряд элемента объема  $dV$ , поверхности  $dS$ , участка линии  $dl$ .

Полный заряд соответствующего объекта равен

$$q(t) = \int_V \rho(\vec{r}, t) dV, \quad q(t) = \int_S \sigma(\vec{r}, t) dS, \quad q(t) = \int_L \tau(\vec{r}, t) dl,$$

где интегрирование ведется по длине, поверхности и объему объекта. При однородном распределении зарядов  $q = \rho V$ ,  $q = \sigma S$ ,  $q = \tau l$ .

**Электромагнитное поле** - переносчик электромагнитного взаимодействия, особый вид материи (согласно представлениям классической физики). Электромагнитные поля: а) возникают вокруг зарядов, распространяясь в окружающее пространство, б) действуют на заряды.

Принципиальной основой исследования электромагнитного поля является силовое действие поля на помещенный в него заряд.

### 3.1. Электростатика

**Электростатика** – раздел электродинамики, в котором изучается взаимодействие неподвижных заряженных тел и обусловленные им явления.

*Статические* распределения зарядов характеризуются *отсутствием перемещения зарядов* и *постоянством*  $\tau$ ,  $\sigma$  и  $\rho$ .

**Точечный заряд** - заряженное тело, размеры и форма которого несущественны в рассматриваемой задаче.

**Закон Кулона:** сила взаимодействия двух неподвижных точечных электрических зарядов, в вакууме, прямо пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними:

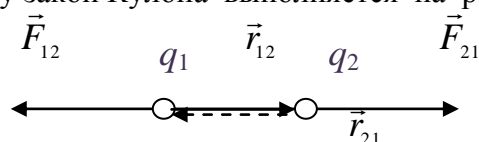
$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2},$$

где  $k$  - коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц. В СИ  $k = 1 / (4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$ , где  $\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$  - электрическая постоянная.

На заряд  $q_1$  со стороны заряда  $q_2$  действует сила  $\vec{F}_{12}$ , на заряд  $q_2$  со стороны заряда  $q_1$  –

сила  $\vec{F}_{21}$  (рис.3.1):  $\vec{F}_{12} = F \frac{\vec{r}_{12}}{r}$ ,  $\vec{F}_{21} = F \frac{\vec{r}_{21}}{r}$ , где  $\vec{r}_{12}$  - радиус-вектор, соединяющий заряд  $q_2$  с зарядом  $q_1$ ,  $\vec{r}_{21}$  - радиус - вектор, соединяющий  $q_1$  с  $q_2$ ,  $r = |\vec{r}_{12}| = |\vec{r}_{21}|$ . Согласно

опыту закон Кулона выполняется на расстояниях  $10^{-17} - 10^7 \text{ м}$ .



$q_1 q_2 > 0$   
Рис.3.1

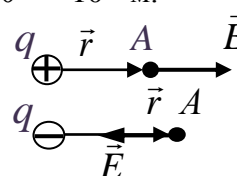


Рис.3.2

**Напряженность электрического поля** – силовая характеристика, определяющая состояние электростатического поля. *Напряженность электрического поля равна силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля:*

$$\vec{E} = \vec{F} / q_0$$

**Напряженность электростатического поля точечного заряда  $q$  в вакууме:**

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

где  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный в заданную точку поля из точки, где находится заряд (рис.3.2).

**Принцип суперпозиции:** напряженность поля нескольких источников *в вакууме*, равна сумме напряженностей полей источников:

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i.$$

Если можно пренебречь зависимостью свойств среды от напряженности, то принцип суперпозиции выполняется и для поля в веществе.

**Напряженность электрического поля системы зарядов:**

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n k \frac{q_i}{r_i^2} \frac{\vec{r}_i}{r_i}, \quad \vec{E} = \int_{\rho} k \frac{dq}{r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

где  $\vec{r}_i$  – радиус-вектор, проведенный от заряда  $q_i$  из системы точечных зарядов  $q_1, \dots, q_n$  в рассматриваемую точку,  $\vec{r}$  – радиус-вектор, проведенный в заданную точку из точки, где находится заряд  $dq$ , выделенный в системе с непрерывным распределением зарядов.

**Силовые линии** (линии напряженности) – линии, проведенные так, что касательная к силовой линии в каждой точке совпадает с направлением вектора  $\vec{E}$ . Силовые линии *не пересекаются* (рис.3.3).

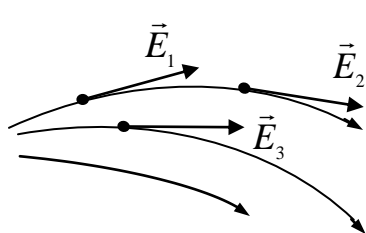


Рис.3.3

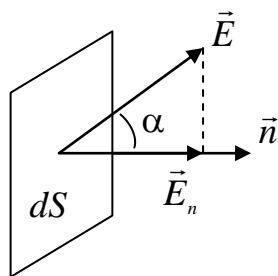


Рис.3.4

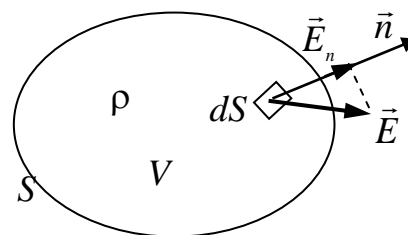


Рис.3.5

**Поток напряженности** электрического поля  $\vec{E}$  через поверхность  $dS$ :

$$d\Phi = E_n dS = E dS \cos\alpha$$

где  $E_n$  – проекция вектора  $\vec{E}$  на нормаль к площадке  $dS$  (рис.3.4).

Поток  $\Phi$  напряженности поля сквозь поверхность  $S$ :

$$\Phi = \int_S E_n dS$$

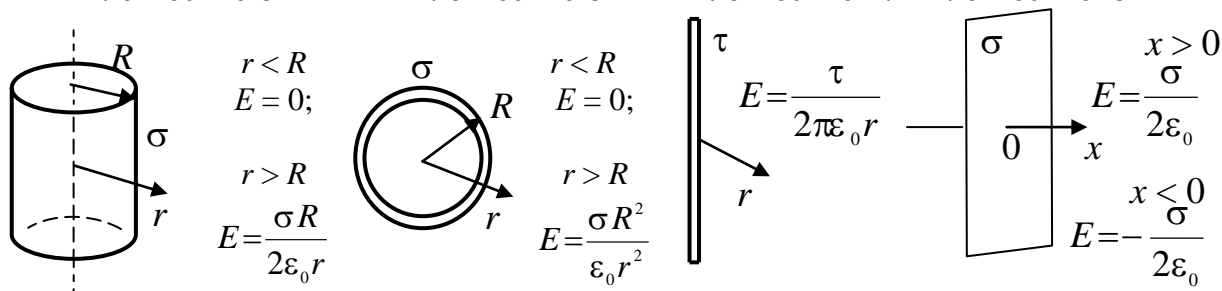
**Теорема Гаусса:** Поток вектора  $\vec{E}$  сквозь любую замкнутую поверхность  $S$  в вакууме пропорционален заряду находящемуся в объеме, ограниченном этой поверхностью (рис.3.5):

$$\oint_S \vec{E}_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_i q_i \quad \text{или} \quad \oint_S \vec{E}_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV.$$

Физической основой теоремы Гаусса является закон Кулона.

**Напряженность электрического поля некоторых заряженных тел:**

цилиндр, заряженный по поверхности с плотностью  $\sigma$       сфера, заряженная по поверхности с плотностью  $\sigma$       нить, заряженная с линейной плотностью  $\tau$       плоскость, заряженная с поверхностной плотностью  $\sigma$



**Работа сил электростатического поля при перемещении заряда  $q_0$ :**

$$\delta A = q_0 \vec{E} d\vec{r} = q_0 E_l dl = -dW_{\Pi} = -q_0 d\phi,$$

$$A_{12} = \int_1^2 E_l dl = W_{\Pi 1} - W_{\Pi 2} = q_0(\phi_1 - \phi_2),$$

где  $W_{\Pi 1}, W_{\Pi 2}$  - значения потенциальной энергии заряда в точках 1 и 2,  $\phi_1, \phi_2$  - потенциалы точек 1 и 2. Работа сил электростатического поля при перемещении заряда  $q_0$  не зависит от формы траектории и определяется положением начальной и конечной точек.

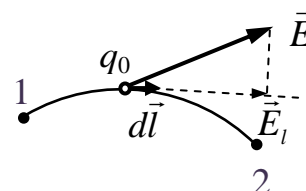


Рис.3.6

Работа сил электростатического поля при перемещении заряда  $q_0$  по любому замкнутому пути равна нулю:

$$q_0 \oint_L \vec{E}_l dl = 0.$$

**Разность потенциалов** точек 1 и 2 равна работе кулоновских сил при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2:

$$\phi_1 - \phi_2 = A_{12} / q_0.$$

**Потенциал  $\phi$**  электростатического поля - энергетическая характеристика поля, равная отношению потенциальной энергии точечного заряда помещенного в рассматриваемую точку к величине  $q_0$  этого заряда :

$$\phi = W_{\Pi} / q_0.$$

**Потенциал электростатического поля точечного заряда  $q$**  в точке, находящейся на расстоянии  $r$  от него:  $\phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ .

**Потенциал электростатического поля системы зарядов:**



$$\varphi = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i} + C, \quad \varphi = \int_Q \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r} + C,$$

где  $r_i$  - расстояние от заряда  $q_i$  из системы точечных зарядов  $q_1, \dots, q_n$  в рассматриваемую точку,  $r$  - расстояние от точки, где находится заряд  $dq$ , выделенный в системе с непрерывным распределением зарядов.

Потенциал определяется с точностью до произвольной постоянной  $C$ , которую находят с помощью дополнительных условий. Для системы зарядов, занимающих ограниченную область, можно полагать, что  $\varphi \rightarrow 0$  при  $r \rightarrow \infty$ , т.е.  $C = 0$ .

**Циркуляция вектора напряженности  $\vec{E}$  электростатического поля по любому замкнутому контуру равна нулю:**

$$\oint_L \vec{E} d\vec{r} = 0.$$

Силовые линии электростатического поля не

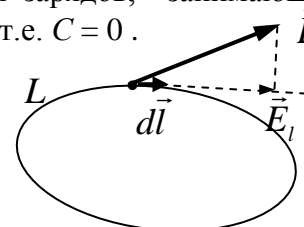


Рис.3.7

замкнуты. Они начинаются на положительных зарядах, заканчиваются на отрицательных зарядах, уходят в бесконечность или приходят из бесконечности.

**Связь напряженности и потенциала электростатического поля:**

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi = -\nabla\varphi, \\ E_x = -\partial\varphi/\partial x, \quad E_y = -\partial\varphi/\partial y, \quad E_z = -\partial\varphi/\partial z.$$

Знак минус указывает, что вектор  $\vec{E}$  направлен в сторону убывания  $\varphi$ .

**Эквипотенциальные поверхности** – поверхности равного потенциала. Силовые линии перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям (рис.3.8).

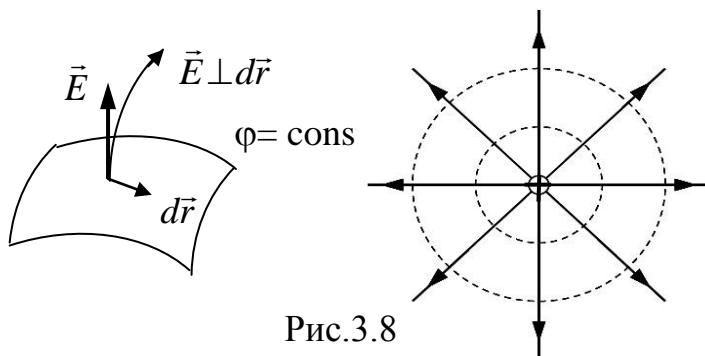


Рис.3.8

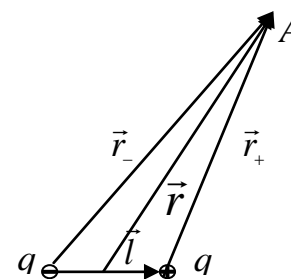


Рис.3.9

**Электрический диполь** – система двух разноименных точечных зарядов ( $+q, -q$ ) (рис.3.9).

**Дипольный момент:**  $\vec{p} = q\vec{l}$ ,

где  $\vec{l}$  - плечо диполя, вектор, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному и равный по модулю расстоянию  $l$  между ними.

**Потенциал и напряженность поля диполя:**

$$\varphi = \frac{\vec{p}\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}; \quad \vec{E} = \frac{3(\vec{p}\vec{r})\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^5} - \frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}.$$

**Диполь в электрическом поле.** В электрическом поле на диполь действует вращающий момент

$$\vec{M} = [\vec{p}\vec{E}].$$

В неоднородном поле на диполь действует также сила

$$\vec{F} = p \frac{\partial \vec{E}}{\partial l},$$

где  $\partial \vec{E} / \partial l$  - производная  $\vec{E}$  в направлении вектора  $\vec{p}$ .

**Поляризация диэлектрика** – возникновение в объеме диэлектрика под действием электрического поля электрического дипольного момента.

*Электронная поляризация* обусловлена смещением в поле  $\vec{E}$  электронных оболочек относительно атомных ядер и имеет место во всех атомах и их системах. *Ориентационная поляризация* характерна для полярных диэлектриков, состоящих из молекул с постоянными дипольными моментами, которые могут поворачиваться. *Ионная поляризация* в ионных кристаллах обусловлена смещением во внешнем поле разноименных ионов из положений равновесия в противоположных направлениях.

**Поляризованность** (вектор поляризации)  $\vec{P}$  - дипольный момент единицы объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_i.$$

**Связь между векторами  $\vec{P}$  и  $\vec{E}$ :**

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E},$$

где  $\chi$  - диэлектрическая восприимчивость диэлектрика.

**Напряженность результирующего поля в диэлектрике:**

$$E = E_0 / (1 + \chi) = E_0 / \varepsilon,$$

где  $\varepsilon = 1 + \chi$  - диэлектрическая проницаемость среды, показывающая, во сколько раз поле ослабляется диэлектриком.

**Электрическое смещение (электрическая индукция):**

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

**Связь между векторами  $\vec{D}$  и  $\vec{E}$ :**

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$$

**Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике:**

$$\oint_S \vec{D}_n dS = \sum_i q_i^{\text{своб}}.$$

Поток смещения электростатического поля через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме свободных зарядов, охватываемых поверхностью.

**Граничные условия для  $\vec{E}$  и  $\vec{D}$ :**

$$\begin{aligned} D_{2n} &= D_{1n}; \\ \varepsilon_2 E_{2n} &= \varepsilon_1 E_{1n}; \\ E_{2\tau} &= E_{1\tau}; \\ D_{2\tau} / \varepsilon_2 &= D_{1\tau} / \varepsilon_1; \end{aligned}$$

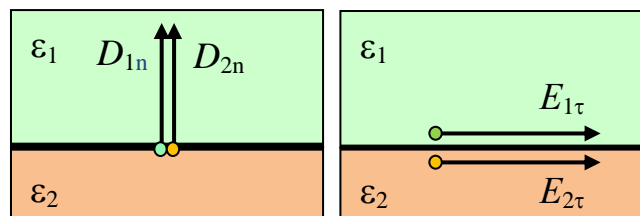


Рис.3.10

**Сегнетоэлектрики** – кристаллические диэлектрики, обладающие



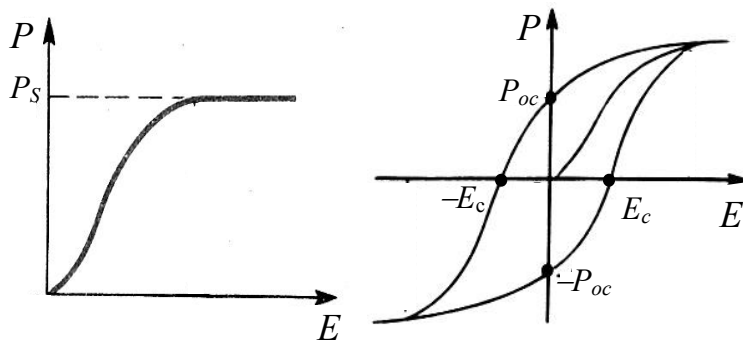


Рис.3.11

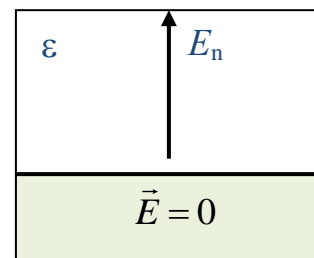


Рис.3.12

поляризованностью ( $\text{BaTiO}_3$ ,  $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{KH}_2\text{PO}_4$  и др.). Внутреннее поле в них может значительно превосходить внешнее поле. Значения  $\varepsilon$  для сегнетоэлектриков достигают значений  $\sim 10^3$ .

Для сегнетоэлектриков характерна нелинейная зависимость поляризованности от напряженности электрического поля (рис.3.11). Связь между  $P$  и  $E$  неоднозначна и определяется предшествующей историей сегнетоэлектрика (явление *гистерезиса*, рис.3.11). *Коэрцитивная сила*  $E_c$  характеризует способность сегнетоэлектрика сохранять состояние поляризации. При температурах, превышающих температуру Кюри (точку Кюри), сегнетоэлектрик теряет специфические свойства.

**Напряженность электростатического поля у поверхности проводника** (Рис.3.12):

$$E_n = \sigma / \varepsilon_0 \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды.

**Электрическая емкость** – мера способности тела накапливать электрический заряд.

**Электрическая емкость уединенного проводника:**

$$C = q / \varphi,$$

где  $q$ ,  $\varphi$  - заряд и потенциал проводника.

Емкость уединенного шара радиуса  $R$  в среде с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ :

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R.$$

**Конденсатор** – устройство, способное накапливать и перераспределять электрические заряды. Конденсатор состоит из двух (или более) проводников (обкладок), разделенных диэлектриком.

**Электрическая емкость конденсатора:**

$$C = q / (\varphi_1 - \varphi_2),$$

где  $q$  - заряд одной из обкладок,  $\varphi_1 - \varphi_2$  - разность потенциалов между обкладками.

**Электрическая емкость плоского конденсатора:**

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon S / d,$$

где  $S$  - площадь одной из обкладок,  $d$  – расстояние между обкладками.

**Электрическая емкость цилиндрического конденсатора** (двух коаксиальных цилиндров радиусов  $R_1$ ,  $R_2$  и длиной  $l$ ):

$$C = 2\pi\varepsilon_0 \varepsilon l / \ln(R_2 / R_1).$$

**Электрическая емкость сферического конденсатора** (двух концентрических сфер коаксиальных с радиусами  $R_1$ ,  $R_2$ ):

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R_1 R_2 / (R_2 - R_1)$$

**Электрическая емкость системы конденсаторов, соединенных**

параллельно:  $C = \sum_i C_i$ , последовательно:  $C = (\sum_i C_i^{-1})^{-1}$ .

**Энергия заряженного уединенного проводника:**

$$W = C \varphi^2 / 2 = \varphi q / 2 = q^2 / 2 C .$$

**Энергия заряженного конденсатора:**

$$W = q^2 / 2 C = C (\varphi_1 - \varphi_2)^2 / 2 = q (\varphi_1 - \varphi_2) / 2 .$$

**Объемная плотность энергии электрического поля**

$$w = ED / 2 .$$

### 3.2. Постоянный электрический ток

**Электрический ток** - направленное движение носителей электрических зарядов (электронов, ионов, дырок и т. п.). Для существования тока необходимо наличие свободных носителей заряда и некоторых сил, способных поддерживать их движение.

**Ток проводимости** - упорядоченное движение зарядов, обусловленное действием электрического поля.

**Диффузионный ток** - электрический ток, обусловленный наличием градиента концентрации носителей заряда.

**Конвекционный ток** - упорядоченное движение зарядов, осуществляемое перемещением в пространстве макроскопических тел.

**Плотность тока** - количественная характеристика тока :

$$\vec{j} = qn\vec{u} .$$

где  $q, n$  - заряд и концентрация носителей заряда,  $\vec{u}$  - средняя скорость упорядоченного движения носителей. При наличии нескольких сортов носителей заряда

$$\vec{j} = \sum_k q_k n_k \vec{u}_k .$$

*Абсолютное значение плотности тока равно заряду, проходящему в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную движению*

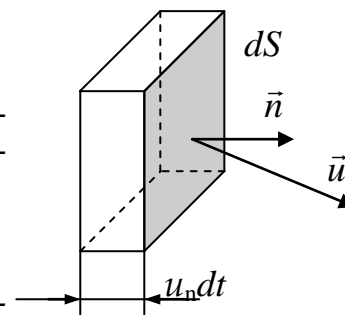


Рис.3.13

*зарядов в данной точке.* За направление тока принимают направление движения положительных зарядов.

**Сила тока** - интегральная характеристика тока, равная заряду, проходящему в единицу времени через заданную поверхность, т.е. поток вектора  $\vec{j}$  через заданную поверхность  $S$  :

$$I = \int_S j_n dS = \frac{dQ}{dt} .$$

В проводнике с малой площадью поперечного сечения (линейном проводнике) плотность тока одинакова в каждой точке сечения и направлена вдоль элемента длины проводника. В этом случае

$$I = j S .$$

**Уравнение непрерывности** - следствие закона сохранения заряда:

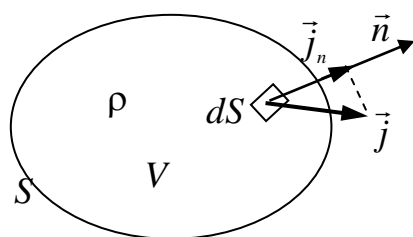


Рис.3.14

уменьшение заряда в единицу времени в некотором объеме  $V$  равно току через поверхность  $S$ , ограничивающую этот объем (рис. 3.14):

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho dV = - \oint_S j_n dS \quad \text{или} \quad \frac{dQ}{dt} = -I.$$

Ток, направление и сила которого не изменяются со временем, называют *постоянным*.

Для постоянного тока  $I = Q / \Delta t$ , где  $Q$  – электрический заряд, проходящий за промежуток времени  $\Delta t$  через поперечное сечение проводника.

**Закон Ома в дифференциальной форме:** плотность тока проводимости пропорциональна напряженности электрического поля:

$$\vec{j} = \sigma \vec{E},$$

где  $\sigma = q \mu$  – удельная электропроводность (проводимость) среды,  $\mu$  – подвижность носителей заряда (скорость в единичном поле). Величина  $\rho = 1/\sigma$  – удельное сопротивление проводника.

Отклонения от закона Ома связаны с изменением концентрации и подвижности носителей заряда при изменении электрического поля (в полупроводниках и газовом разряде).

**Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме:** в единичном объеме проводника за единицу времени выделяется тепловая энергия

$$w = \vec{j} \vec{E} = \sigma E^2 = \rho j^2.$$

**Закон Ома в интегральной форме** отражает закон сохранения и превращения энергии в цепи постоянного тока.

Для неоднородного участка цепи (рис.3.15а)

$$I R_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12}.$$

Для однородного участка цепи ( $\varepsilon_{12} = 0$ ) (рис.3.15б)

$$I R_{12} = \varphi_1 - \varphi_2.$$

Для замкнутой цепи (рис.3.15в) ( $R_{12} = R + r$ ),  $\varepsilon_{12} = \varepsilon$ ,  $I(R + r) = \varepsilon$ ,

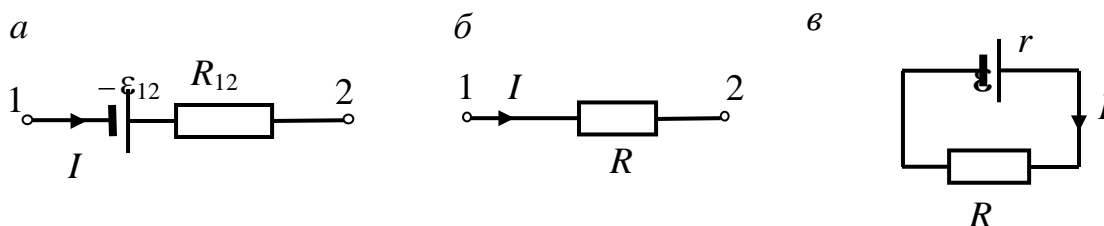


Рис.3.15

где  $\varepsilon_{12}$  – электродвижущая сила (ЭДС), действующая на участке цепи 1-2,

$\varphi_1 - \varphi_2$  – разность потенциалов т.1 и т.2,  $R_{12}$  – электрическое сопротивление участка 1-2,  $R$  – сопротивление внешнего участка замкнутой цепи,  $r$  – внутренне сопротивление источника ЭДС.

**Разность потенциалов** т.1 и т.2 равна работе кулоновских сил при перемещении единичного положительного заряда вдоль участка цепи 1-2:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E}_k d\vec{l}$$

**Электродвижущая сила**  $\varepsilon_{12}$  (ЭДС), действующая на участке цепи 1-2:

$$\varepsilon_{12} = \int_1^2 \vec{E}_{cm} d\vec{l}.$$

Электродвижущая сила численно равна работе сторонних сил, т.е. источника электрической энергии при перемещении по участку цепи 1-2 единичного положительного заряда. В зависимости от природы сторонних сил различаются: химическая ЭДС (в гальванических элементах и аккумуляторах), фотоэлектрическая ЭДС, электромагнитная ЭДС (в динамомашине, трансформаторах), термоэлектрическая ЭДС (на участках цепи с неоднородным распределением температуры) и т.д.

**Электрическое сопротивление** участка цепи 1-2:

$$R_{12} = \int_1^2 \rho \frac{dl}{S}.$$

Для однородного проводника длиной  $l_{12}$  постоянного сечения

$$R_{12} = \rho l_{12}/S.$$

**Напряжение на участке цепи 1-2:**

$$U_{12} = I R_{12}.$$

Напряжение на участке цепи равно суммарной работе кулоновских и сторонних сил при перемещении по этому участку цепи единичного положительного заряда.

**Мощность тока:**  $P = I^2 R = U^2/R.$

**Закон Джоуля-Ленца** для участка цепи: количество теплоты, выделяемое постоянным током за время  $t$  в участке цепи из неподвижных проводников равно

$$Q = I^2 R t = I U t = (U^2/R) t,$$

**Первое правило Кирхгофа** - следствие закона сохранения заряда: алгебраическая сумма токов в узле, равна нулю:

$$\sum_k I_k = 0.$$

Знаки токов, текущих к узлу и от него, считаются противоположными.

**Второе правило Кирхгофа** - следствие закона Ома для замкнутых контуров, произвольно выделяемых в разветвленной цепи.

В любом замкнутом контуре алгебраическая сумма напряжений на всех участках контура равна алгебраической сумме действующих в контуре ЭДС:

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k \varepsilon_k.$$

Знак тока  $I_k$  положителен при совпадении его направления с условно выбранным направлением обхода по контуру, знак  $\varepsilon_k$  положителен, если при движении по контуру первым встречается отрицательный полюс источника. При составлении уравнений следует указать направление

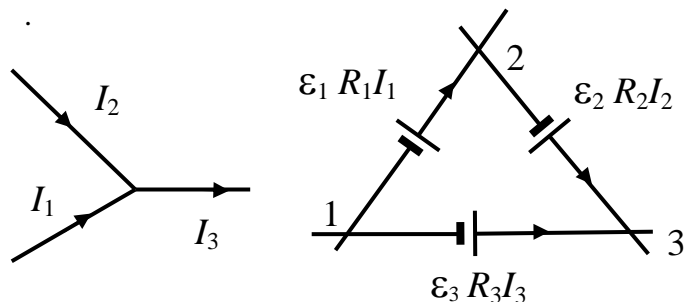


Рис.3.16

токов и обхода контура. Например, для узла на рис.3.16

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

При обходе по часовой стрелке контура 123

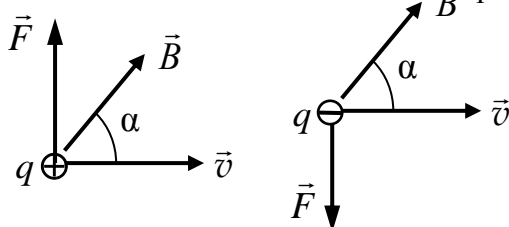
$$I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_3 R_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3$$

### 3.3. Магнитное поле

**Сила Лоренца** – сила, действующая на частицу с зарядом  $q$ , движущуюся со скоростью  $\vec{v}$  в электромагнитном поле:

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}],$$

где  $\vec{E}$  – напряженность электрического поля,  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции. Магнитная составляющая силы Лоренца:



$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}].$$

Вектор  $\vec{F}$  направлен перпендикулярно скорости частицы и вектору  $\vec{B}$  (рис.3.17) и по модулю равен  $F = q v B \sin \alpha$ , где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ .

Рис.3.17

**Магнитная индукция** – силовая характеристика магнитного поля. Магнитная индукция равна максимальной силе, действующей на единичный заряд, движущийся в магнитном поле с единичной скоростью.

**Сила Ампера** – сила, действующая на проводник с током в магнитном поле:  $d\vec{F} = [\vec{j}, \vec{B}] dV$ ,  $\vec{F} = \int [\vec{j}, \vec{B}] dV$  (рис. 3.18).

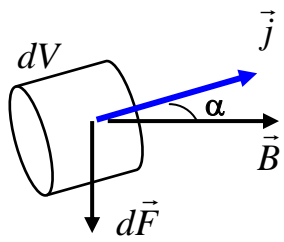


Рис.3.18

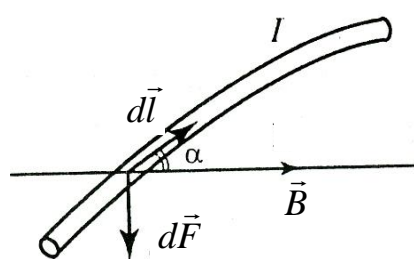


Рис.3.19

Для линейного проводника (рис. 3.19):

$$d\vec{F} = I [d\vec{l}, \vec{B}],$$

$$\vec{F} = I \int [d\vec{l}, \vec{B}].$$

Для прямолинейного проводника в однородном поле

$$F = I B l \sin \alpha.$$

**Магнитный момент контура с током**:

$$\vec{p}_m = I S \vec{n},$$

где  $S$  – площадь поверхности контура,  $\vec{n}$  – единичный вектор, направление которого связано с направлением тока в контуре правилом правого винта (рис. 3.20).

**Момент сил**, действующих на контур с током в магнитном поле

$$\vec{M} = [p_m \vec{B}],$$

Момент  $\vec{M}$  направлен перпендикулярно векторам  $\vec{p}_m$  и  $\vec{B}$  (рис. 3.21). Модуль вектора  $\vec{M}$  равен  $M = p_m B \sin \alpha$ .

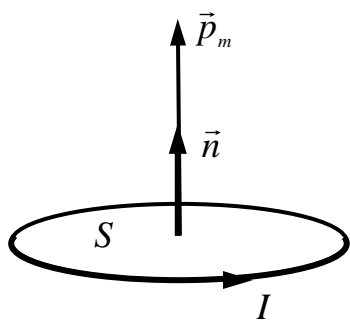


Рис.3.20

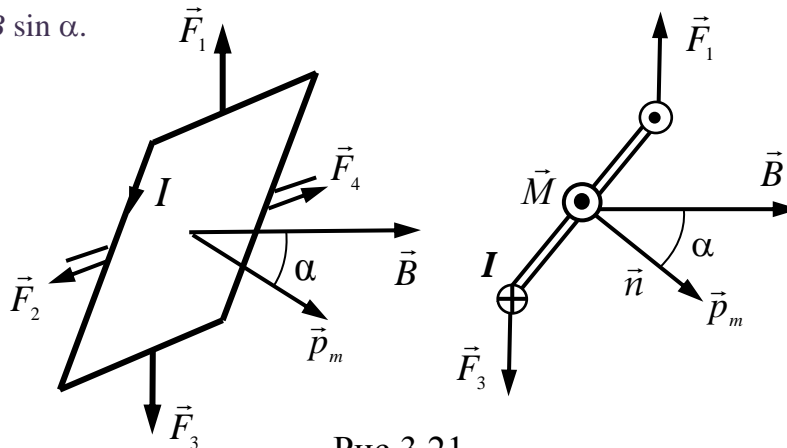


Рис.3.21

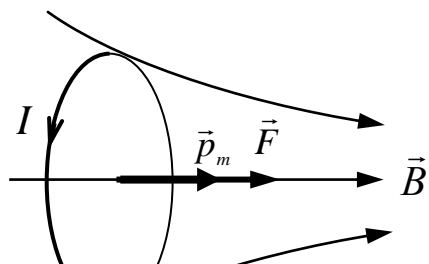
Величина вращающего момента может служить характеристикой магнитного поля в месте нахождения пробного контура с током. *Магнитная индукция в данной точке численно равна максимальному вращающему моменту, действующему на пробный контур, магнитный момент которого равен единице:*

$$B = M_{max} / p_m.$$

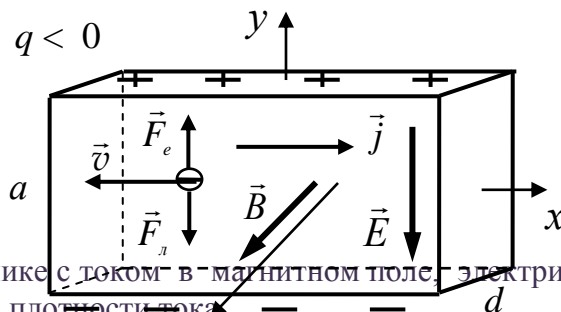
**Сила, действующая на контур с током в неоднородном магнитном поле:**

$$\vec{F} = p_m \frac{\partial \vec{B}}{\partial n},$$

где  $\partial \vec{B} / \partial n$  - производная по направлению вектора  $\vec{p}_m$ . Направление вектора  $\vec{F}$  совпадает с направлением *приращения* вектора  $\vec{B}$  в направлении вектора  $\vec{p}_m$  (рис. 3.22).



**Эффект Холла** - появление в проводнике с током в магнитном поле электрического поля в направлении, перпендикулярном плотности тока  $\vec{j}$  и индукции магнитного поля  $\vec{B}$  (рис. 3.23).



Холловская разность потенциалов

$$U_H = R j B a = R I B / d .$$

где  $a, d$  – толщина и ширина пластинки,  $R = 1 / q n$  - постоянная Холла.

**Закон Био-Савара-Лапласа :** индукция магнитного поля  $d\vec{B}$  элемента  $dl$  проводника с током  $I$  в точке  $A$  (рис. 3.24) равна

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l} \vec{r}]}{r^3},$$

где  $\vec{r}$  - радиус-вектор, проведенный из элемента  $d\vec{l}$  проводника в т.  $A$ ,

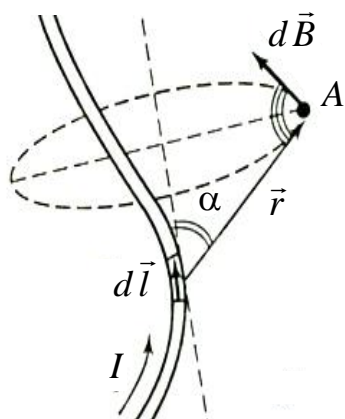


Рис.3.24

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м - магнитная постоянная. Направление вектора  $d\vec{B}$  перпендикулярно  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ . Модуль вектора  $d\vec{B}$ :

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin \alpha}{4\pi r^2},$$

где  $\alpha$  - угол между векторами  $d\vec{l}$  и  $\vec{r}$ .

Индукция магнитного поля проводника:

$$\vec{B} = \int_L d\vec{B} = \int_L \frac{\mu_0 I [d\vec{l} \vec{r}]}{4\pi r^3},$$

где интегрирование ведется по длине проводника.

**Магнитная индукция прямого тока (рис.3.25)**

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  - углы между направлением тока и  $\vec{r}$  в начале и конце проводника. Для бесконечно длинного проводника  $B = \mu_0 I / 2\pi r_0$ .

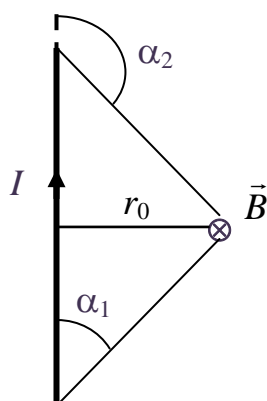


Рис.3.25

**Магнитная индукция на оси кругового тока (рис.3.26)**

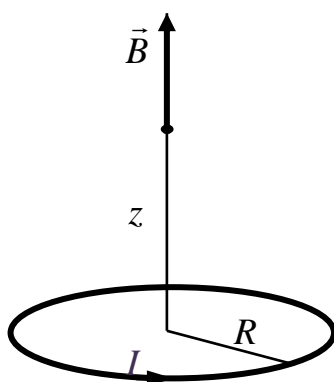


Рис.3.26

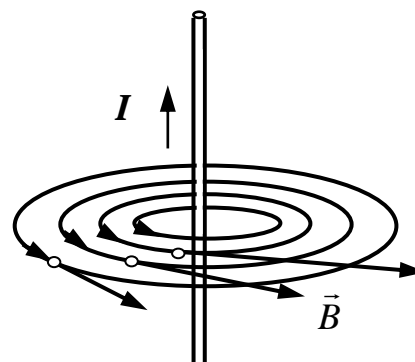


Рис.3.27

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2p_m}{(R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

В центре витка ( $z = 0$ )  $B = \mu_0 I / 2R$ .

**Линии магнитной индукции** (магнитные силовые линии). проводят так, что в каждой точке поля касательная к линии магнитной индукции совпадает с направлением вектора  $\vec{B}$  в этой точке, как показано на примере силовых линий поля прямого проводника с током (рис.3.27)

**Поток вектора магнитной индукции  $\vec{B}$**  (магнитный поток) через площадку  $dS$ :

$$d\Phi_M = B_n dS = B dS \cos \alpha,$$

где  $B_n = B \cos \alpha$  - проекция вектора  $\vec{B}$  на направление нормали к площадке  $dS$ ,  $\alpha$  - угол между векторами  $\vec{B}$  и  $\vec{n}$  (рис.3.28). Поток вектора  $\vec{B}$  через произвольную поверхность  $S$  равен

$$\Phi_M = \int_S B_n dS.$$



Для однородного поля и плоской поверхности  $\Phi_M = B_n S$ .

**Теорема Гаусса для магнитного поля:** поток вектора магнитной индукции  $\vec{B}$  через любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \vec{B}_n dS = 0.$$

Линии магнитной индукции всегда замкнуты.

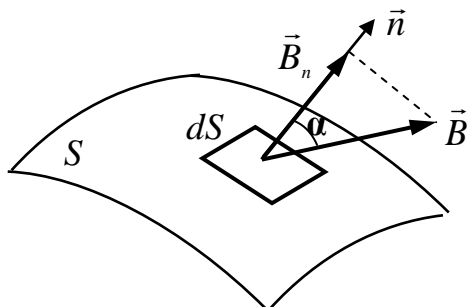


Рис.3.28

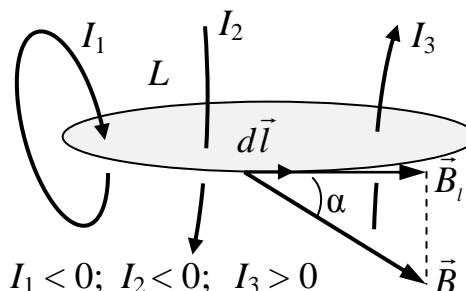


Рис.3.29

**Циркуляция вектора  $\vec{B}$  по замкнутому контуру  $L$ :** в вакууме циркуляция вектора индукции магнитного поля постоянных токов по произвольному замкнутому контуру пропорциональна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \vec{B}_l dl = \mu_0 \sum_{k=1}^N I_k.$$

Здесь  $B_l = B \cos \alpha$  - проекция вектора на касательную к контуру  $L$ ,  $dl$  - элемент контура, направленный вдоль обхода контура,  $\alpha$  - угол между векторами  $dl$  и  $\vec{B}$  (рис.3.29). При вычислении суммы токов следует учитывать знак токов по отношению к выбранному направлению обхода в соответствии с правилом правого винта.

**Магнитная индукция внутри длинного соленоида:**  $B = \mu_0 nI$ ,  
где  $n$  - число витков на единицу длины.

**Намагниченность** - магнитный момент единицы объема магнетика:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_i \vec{p}_{mi},$$

где  $\vec{p}_{mi}$  - магнитный момент  $i$ -й молекулы (или атома), - количественная характеристика состояния намагниченного вещества.

В не слишком сильных полях

$$\vec{J} = \chi \vec{B}_0 / \mu_0,$$

где  $\chi$  - магнитная восприимчивость вещества.

**Диамагнетизм** обусловлен микроскопическими электрическими токами, индуцированными внешним магнитным полем и является универсальным свойством всех веществ. Диамагнитный момент направлен навстречу внешнему магнитному полю.

**Парамагнетизм** обусловлен ориентацией под действием внешнего магнитного поля собственных магнитных моментов частиц вещества (электронов, атомов, молекул) в направлении поля.

**Магнитная проницаемость** вещества  $\mu = 1 + \chi$  - величина, показывающая, во сколько раз магнитная индукция в веществе отличается от индукции в вакууме:  $\vec{B}$

$= \mu \vec{B}_0$ . Для диамагнетиков  $\chi < 0, \mu < 1$ , для парамагнетиков  $\chi > 0, \mu > 1$  причем  $|\chi|$  - порядка  $10^{-4} - 10^{-6}$ , и  $\mu$  мало отличается от единицы.

**Напряженность магнитного поля:**

$$\vec{H} = \vec{B} / \mu_0 - \vec{J}$$

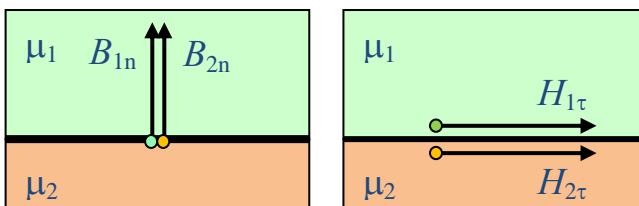
**Связь между индукцией и напряженностью магнитного поля:**

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H},$$

**Теорема о циркуляции магнитного поля в веществе:**

$$\oint_L H_\tau dl = I.$$

*Циркуляция напряженности магнитного поля постоянного тока по любому замкнутому контуру равна результирующему макроток, сквозь поверхность, ограниченную данным контуром.*



**Граничные условия для  $\vec{B}$  и  $\vec{H}$ :**

$$\begin{aligned} B_{1n} &= B_{2n}; \\ \mu_1 H_{1n} &= \mu_2 H_{2n}; \\ H_{2\tau} &= H_{1\tau}; \\ B_{2\tau}/\mu_2 &= B_{1\tau}/\mu_1. \end{aligned}$$

Рис.3.30

**Ферромагнетики** - вещества, обладающие *самопроизвольной* (спонтанной) намагниченностью (Fe, Co, Ni, Cd, Gd и их сплавы). Внутреннее магнитное поле в них значительно превосходит внешнее поле ( $\mu \sim 10^3 \div 10^6$ ). Особенность ферромагнетиков - нелинейная зависимость намагниченности и магнитной индукции от напряженности магнитного поля (рис.3.31). Связь между  $J$  и  $H$  или  $B$  и  $H$  *неоднозначна* (рис.3.33) и определяется предшествующей историей намагничивания ферромагнетика (явление *гистерезиса*). На рис.3.32  $B_{oc}$  - остаточная индукция,  $H_c$  - *коэрцитивная сила* - величина характеризующая способность ферромагнетика сохранять намагниченное состояние. При температурах, превышающих температуру Кюри (точку Кюри), ферромагнетик теряет специфические свойства.

**Индуктивность контура:**

$$L = \Phi_S / I,$$

где  $\Phi_S$  поток магнитного поля, создаваемого током в контуре сквозь поверхность, ограниченную этим контуром.

Индуктивность контура зависит от геометрических размеров и формы контура, магнитной проницаемости той среды, в которой он находится. Индуктивность контура является магнитным аналогом электрической емкости уединенного проводника.

**Индуктивность длинного соленоида:**  $L = \mu \mu_0 n^2 V$ ,

где  $V = S l$  - объем соленоида.

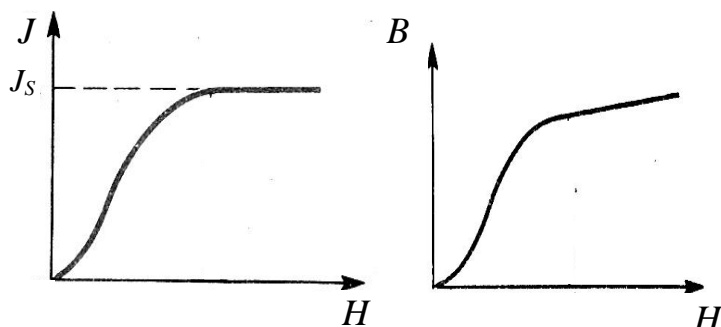


Рис.3.31

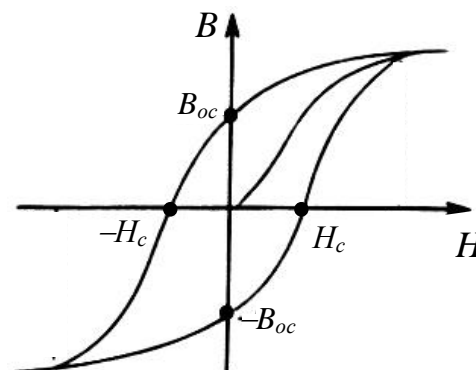


Рис.3.32

**Коэффициенты взаимной индукции.** Магнитное поле тока  $I_1$  в системе контуров 1 и 2 (рис.3.33) создает магнитный поток  $\Phi_{21} = L_{21} I_1$  через контур 2, магнитный поток через контур 1 магнитного поля тока  $I_2$ , равен  $\Phi_{12} = L_{12} I_2$ . Величины  $L_{12}$  и  $L_{21}$  называют коэффициентами взаимной индукции. Они зависят от размеров и взаимного расположения контуров 1, и 2, а также от магнитной проницаемости среды. Для неферромагнитной среды  $L_{12} = L_{21}$ .

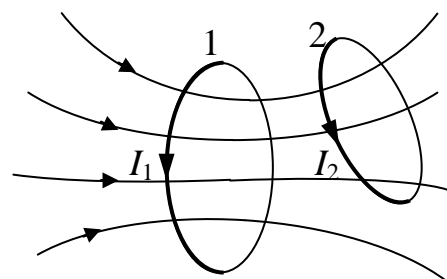


Рис.3.33

**Работа по перемещению проводника и контура с током в постоянном магнитном поле:**

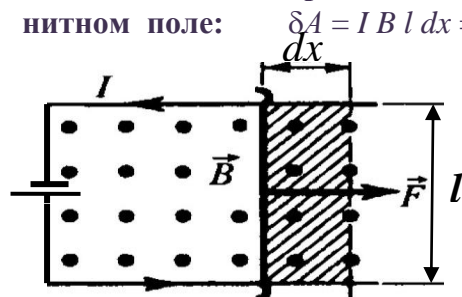


Рис.3.34

$\delta A = I B l dx = I B dS = I d\Phi$ ,  
где  $d\Phi$  - магнитный поток через площадь  $dS$ , пересекаемую проводником при его движении (рис.3.34). При конечном изменении магнитного потока

$$A_{12} = I(\Phi_2 - \Phi_1).$$

Работа не зависит от способа изменения магнитного потока. При этом предполагается, что сила тока в контуре постоянна.

Энергия магнитного поля, связанного с контуром:

$$W = \Phi^2 / 2L = LI^2 / 2.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля:

$$w = BH/2.$$

Энергия магнитного поля в объеме  $V$ :  $W = \int w dV$ .

### 3.4. Элементы электродинамики

**Закон Фарадея:** ЭДС электромагнитной индукции в контуре пропорциональна скорости изменения магнитного потока  $\Phi$  сквозь поверхность, охватываемую этим контуром:

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Индукционный ток направлен так, что его действие препятствует причине его вызывающей (правило Ленца).

**Явление самоиндукции** - возникновение ЭДС индукции в контуре в результате изменения тока в этом контуре.

**ЭДС самоиндукции:**

$$\varepsilon_s = - \frac{d\Phi_s}{dt} = - \frac{d(LI)}{dt} = -L \frac{dI}{dt} - I \frac{dL}{dt}.$$

При  $L = \text{const}$  
$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

**Явление взаимной индукции** - возникновение ЭДС индукции в одном из контуров системы при изменении тока в другом контуре:

$$\varepsilon_1 = - \frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_2}{dt}, \quad \varepsilon_2 = - \frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_1}{dt}.$$

**Вихревое электрическое поле.** Всякое переменное магнитное поле создает в пространстве вихревое электрическое поле  $\vec{E}_B$  (рис.3.35).

Циркуляция вектора  $\vec{E}_B$  равна

$$\oint_L \vec{E}_B d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B}_n dS.$$

Поле  $\vec{E}$  складывается из поля  $\vec{E}_q$ , создаваемого зарядами и вихревого поля  $\vec{E}_B$ .

Циркуляция вектора  $\vec{E}_q$  равна нулю, поэтому для суммарного

поля 
$$\oint_L \vec{E}_l d\vec{l} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B}_n dS.$$

Если поверхность  $S$  и контур  $L$  неподвижны, то

$$\oint_L \vec{E}_l d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}_n}{\partial t} dS.$$

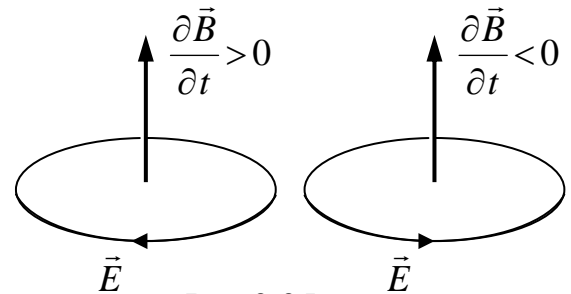


Рис.3.35

**Плотность тока смещения:**

$$\vec{j}_{см} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Ток смещения через поверхность  $S$ : 
$$I_{см} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} dS.$$

**Полный ток** - сумма тока проводимости и тока смещения.

**Плотность полного тока:**

$$\vec{j}_{пол} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Полный ток через поверхность  $S$ : 
$$I_{пол} = \int_S (j_n + \frac{\partial D_n}{\partial t}) dS.$$

**Теорема о циркуляции вектора  $\vec{H}$ :**

$$\oint_L H_l dl = \int_S (j_n + \frac{\partial D_n}{\partial t}) dS.$$

Циркуляция вектора  $\vec{H}$  по любому замкнутому контуру равна полному току через любую поверхность, ограниченную данным контуром.

**Уравнения Максвелла :**

В интегральной форме:

$$\begin{aligned} 1. \oint_S \vec{D} d\vec{S} &= \int_V \rho dV; & 2. \oint_L \vec{E} d\vec{l} &= - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}; & \text{div } \vec{D} &= \rho; \text{rot } \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \\ 3. \oint_S \vec{B} d\vec{S} &= 0; & 4. \oint_L \vec{H} d\vec{l} &= \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}. & \text{div } \vec{B} &= 0; \\ & & & & \text{rot } \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \end{aligned}$$

В дифференциальной форме:

Уравнения Максвелла описывают состояния и динамику электромагнитного поля и совместно с уравнением движения заряженных частиц под действием силы Лоренца составляют фундаментальную систему уравнений, описывающую электромагнитные явления, в которых не проявляются квантовые эффекты.

**Материальные уравнения** характеризуют свойства среды, необходимые для описания электромагнитного поля в веществе. Для *изотропных* сред в достаточно *слабых* полях, сравнительно *медленно изменяющихся* в пространстве и во времени, эти уравнения имеют вид:

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{j} = \sigma \vec{E}.$$

**Квазистационарные поля и токи** - электромагнитные процессы, в которых характерное время изменения полей и движения частиц  $T$  в системе намного превышает время запаздывания передачи взаимодействия:  $T \gg \tau \approx \Delta R/c$ , где  $\Delta R$  - размер системы. В электрических цепях при этом ток смещения пренебрежимо мал по сравнению с током проводимости за исключением областей внутри конденсаторов.

**Обобщенный закон Ома** для линейного контура с *квазистационарным* током:

$$L \frac{dI}{dt} + I(t) R + \frac{q(t)}{C} = \varepsilon(t).$$

**Заряд конденсатора в цепи** (рис.3.36) описывается уравнением :

$$\frac{dq}{dt} + R C q = \varepsilon.$$

При включении в цепь источника

$$q(t) = \varepsilon C (1 - \exp(-t/\tau)),$$

где  $\tau = RC$ . При отключении источника

$$q = q_0 \exp(-t/\tau).$$

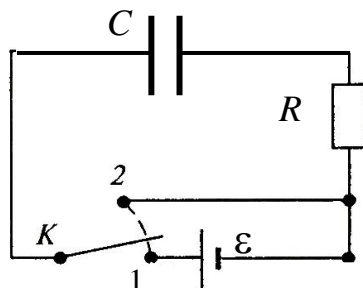


Рис.3.36

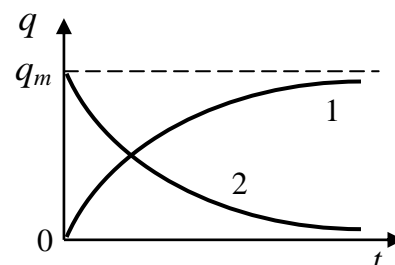


Рис. 3.37

**Ток в цепи с индуктивностью** (рис.3.38) описывается уравнением

$$L \frac{dI}{dt} + I(t) R = \varepsilon.$$

При включении в цепь источника

$$I = I_m (1 - \exp(-t/\tau)),$$

где  $I_m = \varepsilon/R$ ,  $\tau = L/R$ .

При отключении источника

$$I = I_0 \exp(-t/\tau).$$

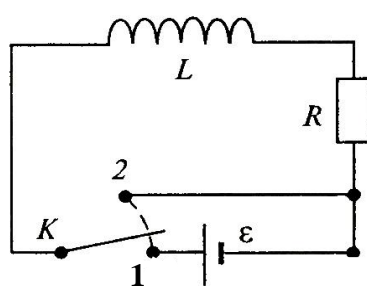


Рис.3.38

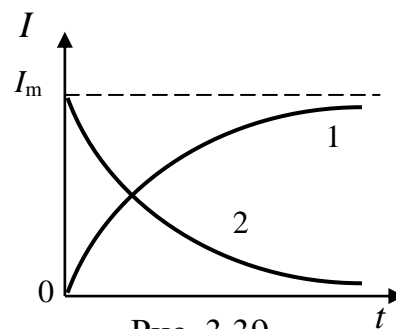


Рис. 3.39

**Ток в колебательном контуре** (рис.3.40) описывается уравнением:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = f(t),$$

где  $\beta = R/2L$ ,  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ ,  $f(t) = \varepsilon(t)/L$ .

**Уравнение свободных колебаний при  $R = 0$ :**

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0.$$

Свободные колебания заряда - гармонические с частотой  $\omega_0$  и периодом  $T = 2\pi / \omega_0 = 2\pi \sqrt{LC}$ :

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где амплитуда  $q_m$  и начальная фаза  $\varphi_0$  определяются начальными условиями:  $q_m = \sqrt{q^2(0) + (I(0)/\omega_0)^2}$ ,  $\text{tg } \varphi_0 = -I(0)/(\omega_0 q(0))$ .

Ток в контуре и напряжение на конденсаторе:

$$I = -I_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad U = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где  $I_m = \omega_0 q_m$ ,  $U_m = q_m/C$  - амплитуды тока и напряжения соответственно.

**Уравнение свободных колебаний при  $R \neq 0$ :**

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0.$$

При  $\omega_0^2 > \beta^2$  ( $R < 2\sqrt{L/C}$ ) происходят затухающие колебания

$$q(t) = q_0 \exp(-\beta t) \cos(\omega t + \varphi_0),$$

с частотой  $\omega = \sqrt{1/LC - (R/2L)^2}$ , условным периодом  $T' = 2\pi/\omega$  и амплитудой  $A(t) = q_0 \exp(-\beta t)$ .

*Логарифмический декремент* затухания

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T')} = \beta T'.$$

*Добротность* контура при слабом затухании ( $\omega_0 \gg \beta$ ):

$$Q = \omega / 2\beta = \sqrt{L/R^2 C} \gg 1.$$

При  $\omega_0^2 \leq \beta^2$  происходит *апериодическая разрядка* конденсатора:

$$q(t) = C_1 \exp(\lambda_1 t) + C_2 \exp(\lambda_2 t),$$

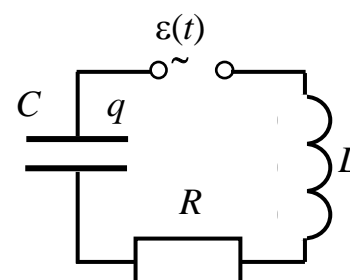


Рис.3. 40

где  $\lambda_{1,2} = -(R/2L)(1 \pm \sqrt{1 - (4L/R^2C)})$ .

**Уравнение вынужденных колебаний** в контуре, содержащем источник ЭДС  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos \Omega t$ :

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = f \cos \Omega t, \quad f = \varepsilon_0 / L.$$

Заряд, напряжение на конденсаторе и ток в контуре :

$$q(t) = q_0 \cos(\Omega t - \delta); \quad U(t) = U_m \cos(\Omega t - \delta); \quad I(t) = -I_m \sin(\Omega t - \delta);$$

$$q_0 = \varepsilon_0 / \Omega \sqrt{R^2 + [\Omega L - 1/(\Omega C)]^2}; \quad \text{tg } \delta = R / [\Omega L - 1/(\Omega C)],$$

где  $I_m = q_0 \Omega$ ,  $U_m = q_0 / C$ .

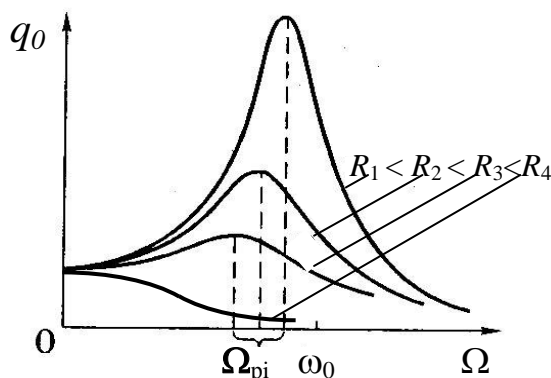


Рис.3.41

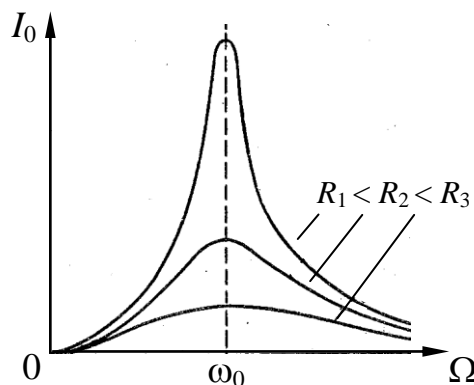


Рис.3.42

**Резонанс** - явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний при приближении частоты  $\Omega$  внешнего воздействия к характерной для системы резонансной частоте. Резонансная частота для амплитуды колебаний заряда (рис.3.41)  $\Omega_p = (1/LC)\sqrt{1-2/Q}$ , для амплитуды тока -  $\Omega_p = 1/LC$  (рис.3.42).

**Дифференциальное уравнение электромагнитной волны:**

$$\nabla^2 \vec{E} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \quad \nabla^2 \vec{H} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}.$$

Уравнения описывают распространение возмущения электрической и магнитной составляющей электромагнитного поля в нейтральной однородной непроводящей среде ( $\rho = 0, \sigma = 0$ ) со скоростью

$$v = 1/\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0}.$$

**Уравнения плоских электромагнитных волн** распространяющихся по оси  $x$ :

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}.$$

Векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  взаимно перпендикулярны и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, определяемом

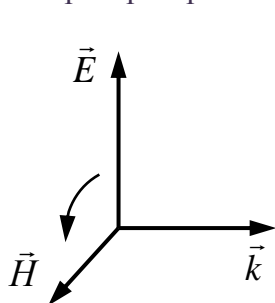


Рис.3.43

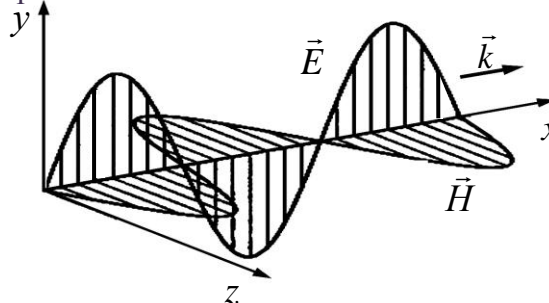


Рис.3.44



волновым вектором  $\vec{k}$ . Векторы  $\vec{k}$ ,  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  образуют правовинтовую систему где  $\vec{E}(x,t) = \mathbf{j} E_y + \mathbf{k} E_z$ ;  $\vec{H}(x,t) = \mathbf{j} H_y + \mathbf{k} H_z$ ,  
 $H_y = -\sqrt{\epsilon\epsilon_0/(\mu\mu_0)} E_z$ ;  $H_z = \sqrt{\epsilon\epsilon_0/(\mu\mu_0)} E_y$ .

#### Плоские гармонические (монохроматические) волны

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi);$$

$$H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$$

где  $E_0$ ,  $H_0$  - амплитуды напряженностей электрического и магнитного полей,  $\omega$  - круговая частота волны,  $k = |\vec{k}| = \omega/v$  волновое число,  $\varphi$  - начальная фаза колебаний (рис.3.44).

#### Плотность энергии электромагнитного поля:

$$w = (\epsilon\epsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2) / 2.$$

Плотность потока энергии электромагнитного поля (вектор Пойнтинга):

$$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}].$$

Вектор  $\vec{S}$  направлен по направлению распространения волны, задаваемым волновым вектором  $\vec{k} = \epsilon\epsilon_0 \omega \vec{S}$ . Модуль вектора  $\vec{S}$  -

$$S = w v = EH$$

равен энергии, переносимой волной через единичную площадку в единицу времени.

Импульс электромагнитной волны с энергией  $W$  равен  $p = W/c$  и направлен в сторону распространения волны.

## 4. Волновая и квантовая оптика

Оптика – раздел физики, в котором рассматриваются свойства и природа света, а также его взаимодействие с веществом. В зависимости от круга изучаемых явлений оптику делят на *геометрическую* (лучевую), *волновую* и *квантовую*.

Простейшие оптические явления (образование теней, получение изображений в оптических приборах) изучаются в геометрической оптике.

В волновой оптике на основе электромагнитной теории распространение света рассматривается как волновой процесс. В квантовой оптике рассмотрение оптических явлений основано на понятии фотона – кванта энергии излучения.

### 4.1. Интерференция и дифракция света

**Интенсивность** излучения – это среднее по времени значение плотности потока

$$\text{энергии } \vec{S} : I = \langle S \rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} S(t') dt',$$

$$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}].$$

**Интерференция** – это сложение колебаний (или волн), в результате которого наблюдаемая интенсивность суммарного колебания (волны) не равна сумме интенсивностей складываемых колебаний (волн).

Интенсивность излучения двух источников гармонических волн рассчитывается по формуле:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

где  $\delta$  (разность фаз волн) рассчитывается по формуле  $\delta = \varphi_1 - \varphi_2$

**Оптическая длина пути ( $L$ )** – это произведение геометрической длины пути  $l$  световой волны на показатель преломления среды  $n$ :

$$L = nl,$$

**Оптическая разность хода ( $\Delta$ )** – это разность оптических длин путей световых волн, имеющих общие начальную и конечную точки. Ее можно определить из соотношения

$$\Delta = n_2 l_2 - n_1 l_1$$

**Разность фаз ( $\delta$ )** гармонических волн рассчитывается по формуле:

$$\delta = (2\pi/\lambda_0)\Delta,$$

где  $\lambda_0$  – длина волны в вакууме.

**Условия интерференционных максимумов** определяется соотношением

$$\Delta = \pm m\lambda_0, \quad \delta = \pm 2\pi m \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

а условия интерференционных минимумов – соотношением

$$\Delta = \pm (m + 1/2)\lambda_0, \quad \delta = \pm 2\pi(m + 1/2) \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

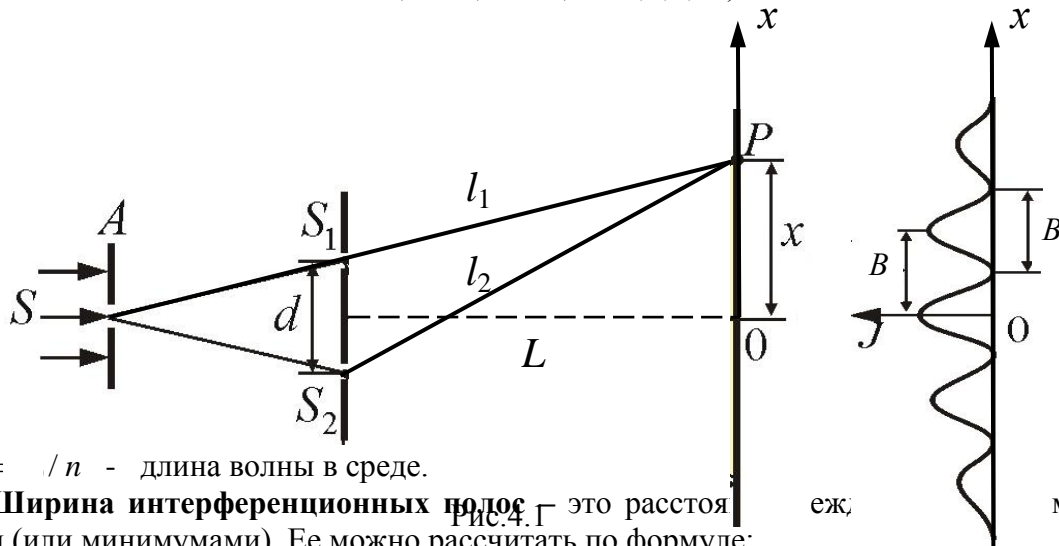
**Опыт Юнга** – это опыт по наблюдению интерференции света на основании метода деления волнового фронта, т.е. получения когерентных пучков разделением и последующим сведением световых лучей, исходящих из одного источника (рис.4.1).

**Координаты максимумов интенсивности** определяются по формуле

$$x_{\max} = \pm m\lambda L / d \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

**Координаты минимумов интенсивности** определяются по формуле

$$x_{\min} = \pm (2m+1)\lambda L / d \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$



где  $\lambda = \lambda_0 / n$  – длина волны в среде.

**Ширина интерференционных полос** (или минимумов) – это расстояние между максимумами (или минимумами). Ее можно рассчитать по формуле:

$$B = \lambda L / d.$$

**Когерентность** (согласованность) – это способность колебаний или волн к интерференции. Наличие или отсутствие когерентности зависит от характеристик колебаний (или волн) и от условий их наблюдения.

**Временная когерентность** – это когерентность колебаний (волн), обусловленная степенью их монохроматичности и временем измерения. Интерференция наблюдается, если время наблюдения удовлетворяет условию  $\Delta t \ll 1/\Delta\omega$ , где  $\Delta\omega$  – ширина общей части частот волн, образующих суперпозицию.

**Время когерентности** – это максимальный промежуток времени  $\tau_k$ , при усреднении по которому еще наблюдается интерференция. Время когерентности можно рассчитать по формуле:

$\tau_k \approx 1 / \Delta\omega$ .

Две волны когерентны при условии  $\Delta t \ll \tau_k$  и некогерентны при условии  $\Delta t \gg \tau_k$ , где  $\Delta t$  - время усреднения (наблюдения). Для света, испущенного нелазерными источниками, когерентность существует в течение промежутков времени  $\Delta t < \tau_k < 10^{-8}$  с.

**Длина когерентности** - это разность хода  $l_k = c \tau_k$ , соответствующая времени когерентности. Для наблюдения интерференционной картины разность хода не должна превышать длину когерентности используемого излучения.

**Пространственная когерентность** связана с неопределенностью направления волнового вектора  $\vec{k}$ , обусловленной ограниченностью поперечных размеров волны и конечных размеров источников излучения. Источники, размеры и взаимное расположение которых позволяют наблюдать интерференцию, называются пространственно-когерентными.

**Радиус когерентности** - это максимальное расстояние, поперечное направлению распространения волны, на котором возможно проявление интерференции. Радиус когерентности можно рассчитать по формуле:

$r_{\text{ког}} = \lambda / \varphi$ , где  $\varphi$  - угловой размер источника.

Плоской гармонической волне ( $\Delta \vec{k} = 0, \Delta \omega = 0$ ) соответствует бесконечное значение радиуса пространственной когерентности и бесконечно большое время когерентности. Плоская гармоническая волна является когерентной как во времени, так и в пространстве.

**Бипризма Френеля** (рис.4.2) представляет две призмы, соединенные основаниями и формирует два мнимых источника. Интерференционная картина наблюдается в области перекрытия пучков света.

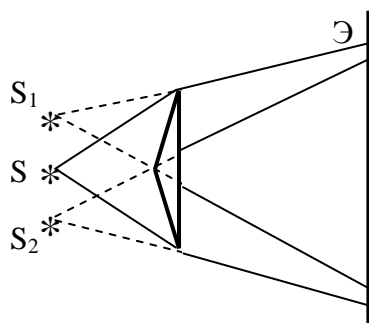


Рис.4.2

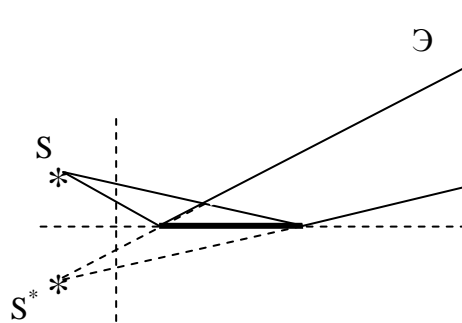


Рис.4.3

**Зеркало Ллойда** (рис.4.3) формирует мнимое изображение  $S^*$  источника  $S$ , пучки от которых интерферируют.

**Интерференция в тонких пленках** - это формирование интерференционной картины в результате интерференции света, отраженного двумя поверхностями пленки.

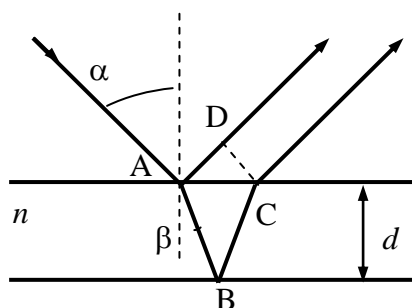


Рис.4.4

Оптическая разность хода, возникающая между двумя интерферирующими лучами от точки  $A$  до плоскости  $CD$  (рис.4.4.), определяется соотношением:

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \lambda / 2.$$

Условия максимума можно определить по формуле:  $\Delta = m\lambda$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ), а условия минимума - по формуле:  $\Delta = (m + 1/2)\lambda$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ).

**Полосы равной толщины** - это интерференционные полосы, наблюдаемые при освещении тонких пленок (слоев) переменной толщины пучками

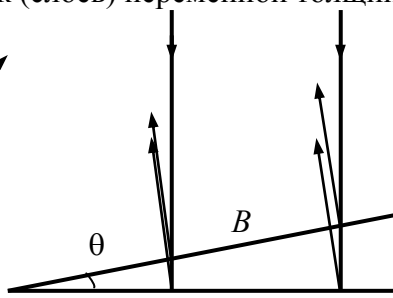
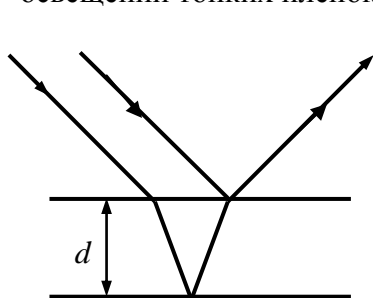


Рис.4.5

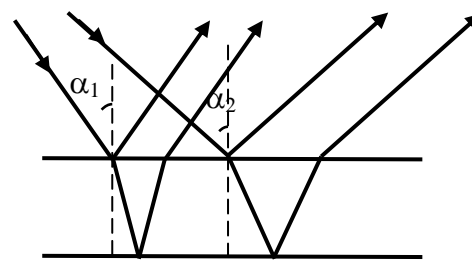


Рис.4.6

параллельных лучей, соответствующие одинаковым значениям оптической толщины (рис.4.5).

**Полосы равного наклона** - это интерференционные полосы, возникающие при падении света на плоскопараллельную пластинку (рис.4.6). Для всех, лучей, падающих в некоторую точку под одним и тем же углом  $\alpha$  разность хода одинакова. Отраженные лучи при этом параллельны, и интерференционная картина наблюдается на экране в фокальной плоскости собирающей линзы.

**Кольца Ньютона** – это кольцевые полосы равной толщины, наблюдаемые в воздушном зазоре между выпуклой сферической поверхностью линзы и плоской поверхностью (рис. 4.7).

Радиус  $m$ -го темного кольца Ньютона в отраженном свете (рис. 4.7) (или светлого в проходящем) определяется соотношением:

$$r_m = \sqrt{mR\lambda} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Радиус  $m$ -го светлого кольца Ньютона в отраженном свете (или темного в проходящем) определяется соотношением:

$$r_m = \sqrt{(m + 1/2)R\lambda} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Число видимых колец ( для источника со спектральным интервалом  $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ ) можно рассчитать по формуле:

$$m = \lambda_{cp} / \Delta\lambda,$$

$$\text{где } \lambda_{cp} = (\lambda_1 + \lambda_2) / 2.$$

**Просветление оптики** – это эффект уменьшения отражения на границе раздела стекло-воздух путем нанесения на поверхность стекла тонкой пленки с показателем преломления  $n > n_{cm}$ . При толщине пленки  $d = \lambda / 4n$  отражение

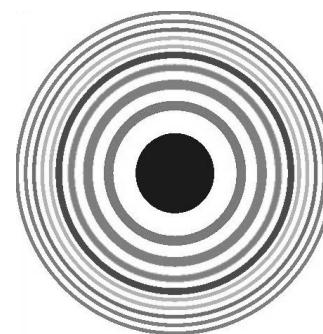
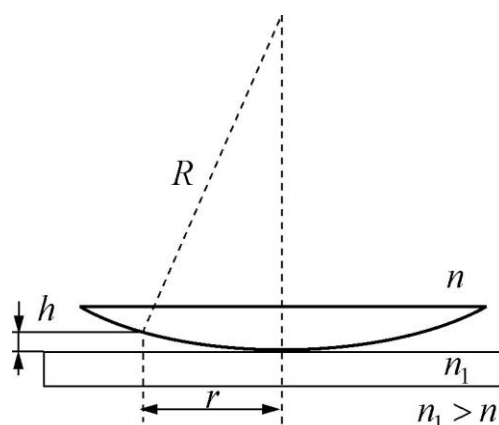


Рис.4.7

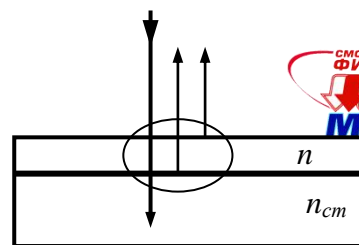


Рис.4.8

минимально и отсутствует при условии  $n = \sqrt{n_{cm}}$ . **Многолучевая интерференция** возникает при наложении многих когерентных волн, получаемых делением исходного волнового поля при многократном отражении на периодических структурах.

На основе многолучевой интерференции созданы многослойные высокоотражающие диэлектрические покрытия, состоящие из четвертьволновых ( $nd = \lambda/4$ ) слоев с чередующимися высоким и низким показателями преломления (рис.4.9). При  $n_1 > n_2$  волны, отраженные от всех границ слоев, сфазированы, и отражение увеличивается. Таким образом получается диэлектрическое зеркало с высоким коэффициентом отражения ( $> 90\%$ ) в заданном спектральном диапазоне. Если оптическую толщину центрального слоя в данной структуре сделать кратной  $m\lambda/2$ , то получается интерференционный светофильтр с высоким коэффициентом пропускания в узком диапазоне.

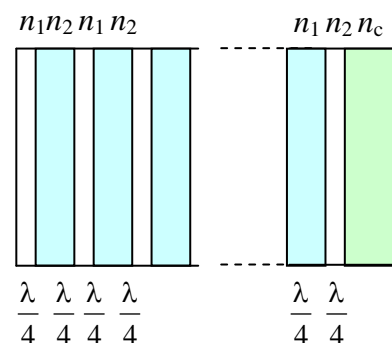


Рис.4.9

**Дифракция волн** – это совокупность явлений, наблюдаемых при распространении волн в среде с резко выраженными неоднородностями, размеры которых сравнимы с длиной волны. Под дифракцией света в узком смысле понимают огибание лучами границ непрозрачных тел.

Согласно **принципа Гюйгенса**: каждая точка волнового фронта в некоторый момент времени является центром вторичных элементарных волн, огибающая которых дает положение волнового фронта в следующий момент (рис. 4.10). Принцип Гюйгенса объясняет перемещение волнового фронта в свободном пространстве, отражение и преломление на границах сред, проникновение света в область геометрической тени.

По **принципу Гюйгенса – Френеля**: каждый элемент волнового фронта является источником вторичных когерентных волн; световая волна вне этой поверхности – результат интерференции вторичных волн. При расчете поля источников 1,2,3 в произвольной точке Р их заменяют системой вторичных источников - участков  $dS$  поверхности  $S$ , охватывающей источники (рис.4.10). Амплитуда  $dE$  колебаний, возбуждаемых в точке Р участком  $dS$ , пропорциональна отношению площади  $dS$  к расстоянию  $r$  от него до данной точки и зависит от угла  $\beta$  между внешней нормалью к поверхности и направлением к точке Р. Амплитуду колебаний можно рассчитать по формуле:

$$dE = f(\beta)(a_0 / r) \cos(\omega t - kr + \varphi_0) dS.$$

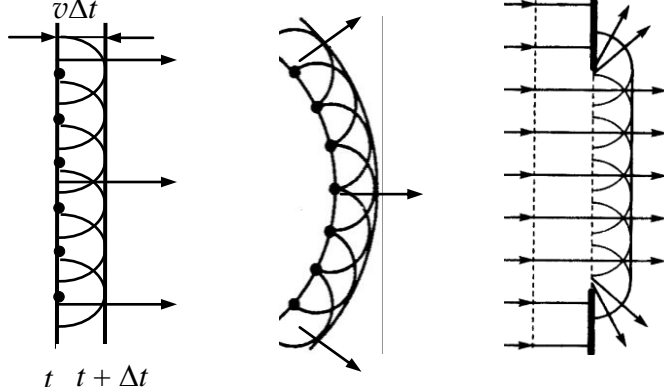


Рис.4.10

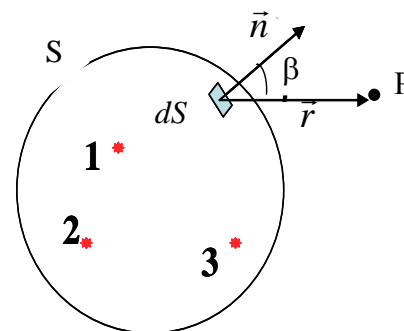


Рис.4.11

Результирующее поле в точке P находится интегрированием по открытой части поверхности S:

$$E(P) = \int_S dE.$$

**Метод зон Френеля** – это упрощенный способ расчета дифракционной картины, основанный на разбиении поверхности S на области одинаковой площади, излучающие в противофазе (зоны Френеля).

При расчете поля точечного источника O в точке P (рис.4.12) вспомогательная поверхность S (сфера с центром в точке O радиуса R) разбивается на кольцевые области, расстояние от краев которых до P отличается на  $\lambda/2$ .

Радиус и площадь m-й зоны Френеля рассчитывают по формулам:

$$r_m = \sqrt{\frac{mbR\lambda}{a+b}}, \quad S_m = \frac{\pi ab\lambda}{a+b},$$

где a = OM, b = MP. Результирующее поле E(P) суммированием:

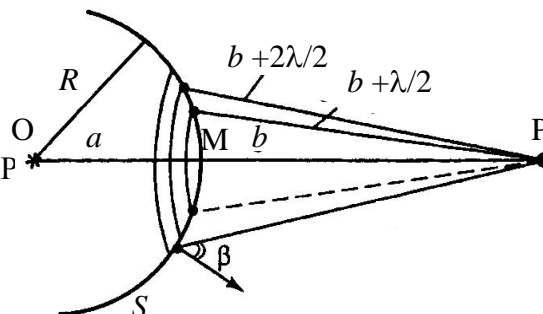


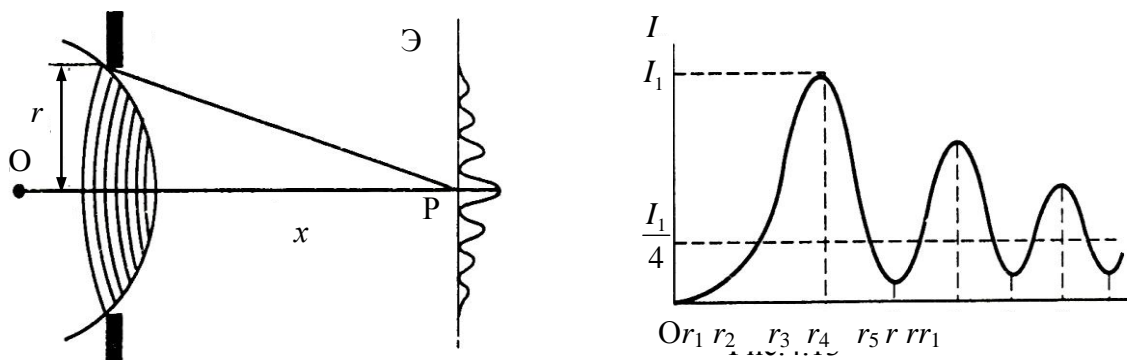
Рис.4.12

$$E = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 \dots = [E_1 + (-1)^{m-1} E_m] / 2.$$

При полностью открытом волновом фронте  $E_m = 0$ , и  $E = E_1 / 2$ .

**Дифракция Френеля** – это дифракция сферических волн.

**Дифракция Френеля на круглом отверстии** наблюдается на экране Э, параллельном плоскости отверстия и находящегося от него на расстоянии  $x = b$  (рис.4.12). Освещенность точки P зависит от числа соответствующих ей открытых зон Френеля, которое определяется радиусом отверстия r. Интенсивность максимальна при  $r_m$  с нечетными m и минимальна при  $r_m$  с четными m. Осцилляции I сглаживаются с ростом m и при  $(m \gg 1) I \approx I_1 / 4$  (рис.4.13).



При фиксированном значении радиуса отверстия число открытых зон уменьшается с увеличением расстояния  $x$  от экрана до тех пор, пока не останется одна открытая зона Френеля (рис.4.14). При  $m = 1$  интенсивность в точке P достигает максимума и монотонно уменьшается при  $m < 1$ . В этой области значений  $x$  в пределах отверстия помещается центральная часть первой зоны Френеля. В этом случае наблюдается дифракция Фраунгофера.

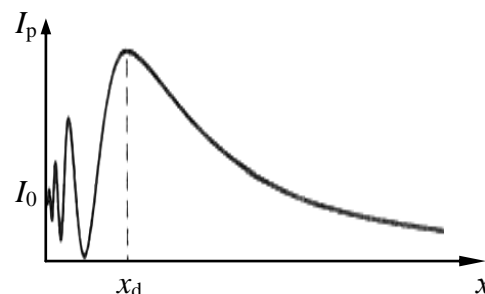


Рис.4.14

Случай  $m > 1$  ( $m \sim 10$ ) соответствует дифракции Френеля. При  $m \gg 1$  дифракционные эффекты незначительны, и применимы законы геометрической оптики

**Дифракция Фраунгофера** (или дифракция в параллельных пучках), соответствует случаю, когда точка наблюдения находится далеко от препятствия, вызвавшего дифракцию ( $x \gg x_d = r^2 / \lambda$ ). Дифракционную картину наблюдают в фокальной плоскости собирающей линзы.

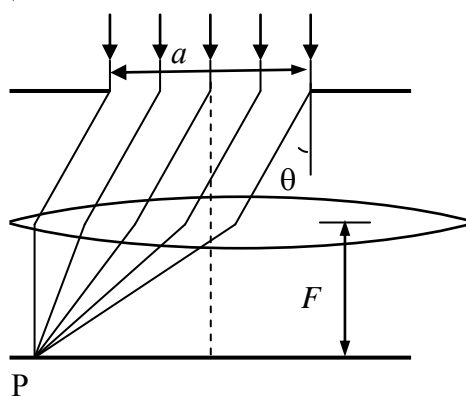


Рис.4.15

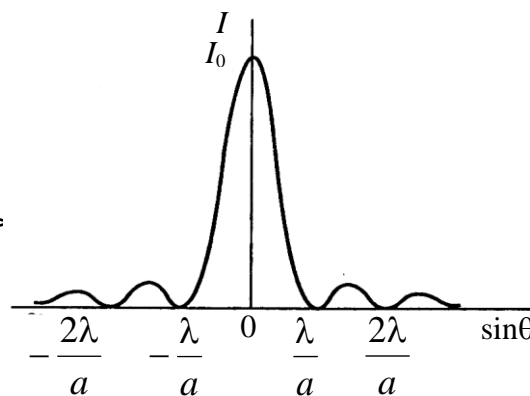


Рис.4.16

При расчетах предполагается, что на препятствие падает параллельный пучок лучей, а дифракция наблюдается “в бесконечности” (рис.4.15). Положение точки P определяется в данном случае только углом дифракции  $\theta$ .

**Дифракция Фраунгофера на щели.** Распределение интенсивности света по направлениям рассчитывают по формуле:



$$I = I_0 \left( \frac{\sin[(a\pi/\lambda) \sin \theta]}{(a\pi/\lambda) \sin \theta} \right)^2, \quad :$$

где  $I_0$  - интенсивность в направлении падающего света ( $\theta = 0$ ) (рис.4.16).

**Условием дифракционных минимумов**

$$a \sin \theta = m\lambda, \quad n$$

**Условием дифракционных максимумов**

$$a \sin \theta \approx (m + 1/2)\lambda,$$

Значения интенсивностей главного и  
0,0175 : 0,0042 : 0,0016 ....

**Дифракционная решетка** – это периодическая модуляция падающей волны, период которой соизмерим с длиной волны. Она представляет собой систему  $N$  равноотстоящих щелей с шириной каждой щели  $a$  на непрозрачном

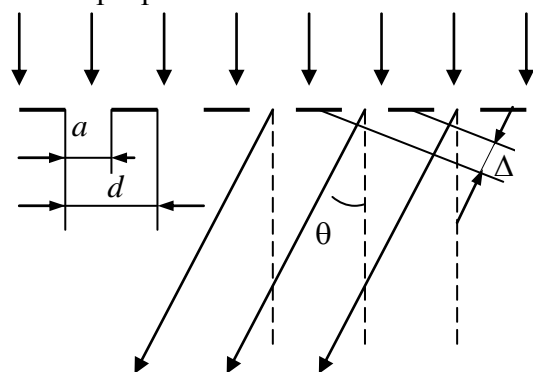


Рис.4.17

Рис.4.18

экране. Расстояние между соседними щелями  $d$  называют периодом решетки (рис.4.17). Распределение интенсивности света по направлениям рассчитывают по формуле:

$$I = I_0 \left( \frac{\sin[(a\pi/\lambda) \sin \theta]}{(a\pi/\lambda) \sin \theta} \right)^2 \left( \frac{\sin[(Nd\pi/\lambda) \sin \theta]}{\sin[(d\pi/\lambda) \sin \theta]} \right)^2.$$

**Условие главных максимумов** для дифракционной решетки имеет вид:

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

В этих направлениях интенсивность в  $N^2$  превосходит интенсивность волны от одной щели.

**Условие главных минимумов** определяется соотношением:

$$a \sin \theta = m\lambda, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

**Условие максимумов** при падении на решетку под углом  $\theta_0$  определяется соотношением:

$$d(\sin \theta - \sin \theta_0) = m\lambda.$$

**Угловая дисперсия** дифракционной решетки может быть рассчитана по формуле:

$$D = \frac{\partial \theta}{\partial \lambda} = \frac{m}{d \cos \theta}.$$

**Разрешающая способность дифракционной решетки** – это величина, характеризующая способность решетки давать отдельные изображения двух спектральных линий с близкими длинами волн, может быть определена по формуле:

$$R = \lambda/\Delta\lambda = mN$$

**Дифракция на пространственных решетках.** Дифракция волн наблюдается также и в средах с неоднородностями, периодически повторяющимися в двух или трех направлениях с периодом, соизмеримым с длиной волны. В качестве трехмерных дифракционных решеток могут рассматриваться кристаллы. Периоды кристаллических решеток ( $\sim 10^{-10}$  м) позволяют наблюдать дифракцию рентгеновских лучей, длина волны которых имеет тот же порядок.

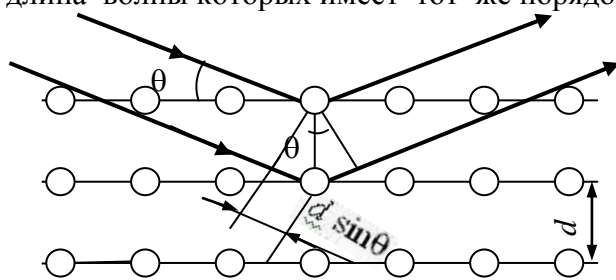


Рис.4.19

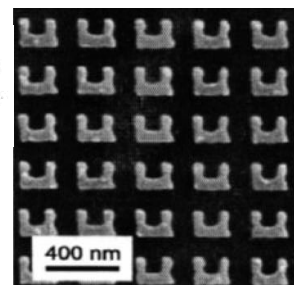
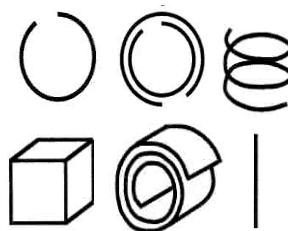


Рис.4.20

**Условие Вульфа-Брэггов**- это условие появления интерференционных максимумов рентгеновских лучей на кристаллах:

$$2d\sin\theta = m\lambda,$$

где  $d$  - расстояние между атомными слоями,  $\theta$  - угол между направлением падающих лучей и атомной плоскостью (угол скольжения (рис.4.19)).

**Метаматериалы** -это материалы с искусственно созданной периодической микроструктурой. Размеры содержащихся в них неоднородностей специальной формы(рис.4.20) превышают период решетки обычного кристалла. На таких структурах возможна дифракция электромагнитного излучения в оптическом и ИК-диапазонах. При взаимодействии с электромагнитным излучением они проявляют свойства, нехарактерные для объектов природного происхождения. В частности, метаматериалы могут обладать отрицательной диэлектрической и магнитной проницаемостью, отрицательным показателем преломления.

**Фотонные кристаллы** -это разновидность метаматериалов, в которых показатель преломления периодически изменяется в *одном, двух* или *трех* измерениях (рис.4.21). Простейшие (одномерные) фотонные

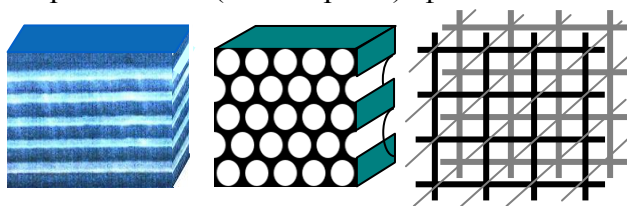


Рис. 4.21

кристаллы состоят из чередующихся слоев двух диэлектриков с различными показателями преломления. К ним относятся обычные штриховые дифракционные решетки. В трехмерном

фотонном кристалле соответствии с условием Вульфа-Брэгга условие максимума интерференции для данной длины волны может оказаться невыполнимым ни для одного из направлений в пространстве, что равносильно возникновению стоячих волн. Таким образом, в трехмерном фотонном кристалле существуют диапазоны частот, в которых распространение светаневозможно.

Свойства фотонных существенно зависят как от внешних факторов (электрические и магнитные поля, тепловое, механическое воздействие и т.д.), так и от процессов, связанных с распространением излучения в них.

## 4.2. Поляризация света

**Поляризация** - это свойство света, связанное с поперечностью электромагнитных волн и описывающее неэквивалентность различных направлений в плоскости, перпендикулярной световому лучу. Состояние поляризации связывают с типом движения вектора  $\vec{E}$ . Излучение называют поляризованным, если колебания вектора  $\vec{E}$  происходят по определенному закону.

**Эллиптически поляризованный свет** – это свет, в котором колебания вектора  $\vec{E}$  происходят так, что его конец описывает эллипс в плоскости, перпендикулярной световому лучу (рис.4.22), а при распространении волны описывает эллиптическую спираль (рис.4.23).

**Циркулярнополяризованный** (поляризованный по кругу) свет – это свет, в котором колебания вектора  $\vec{E}$  происходят так, что его конец описывает окружность. **Плоско или линейно поляризованный свет** – это свет, в котором колебания вектора  $\vec{E}$  происходят в фиксированной плоскости, содержащей

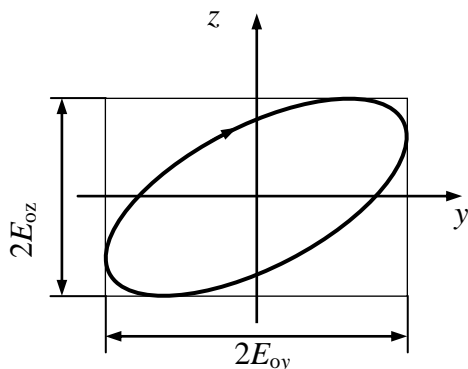


Рис.4.22

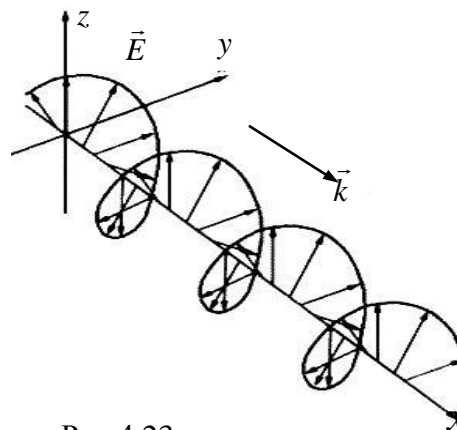


Рис.4.23

векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{k}$  (рис.4.24, 4.25). Плоскость, в которой лежат вектор  $\vec{E}$  и вектор  $\vec{k}$ , называют плоскостью поляризации.

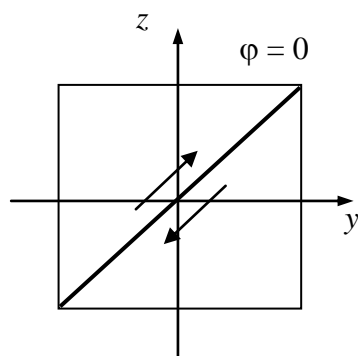


Рис.4.24

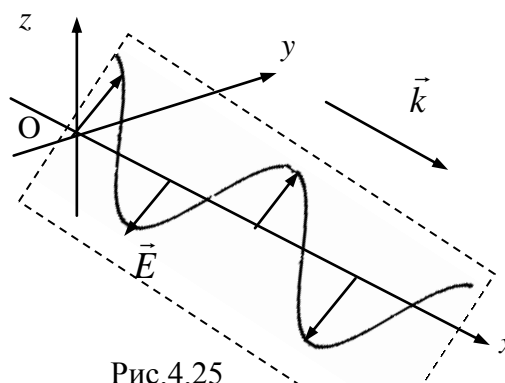


Рис.4.25

**Неполяризованный (естественный) свет** – это свет, в котором колебания вектора  $\vec{E}$  происходят беспорядочно во всех направлениях в плоскости, перпендикулярной световому лучу. **Частично поляризованный свет** – это суперпозиция поляризованной и неполяризованной компонент.

Рассчитать **степень поляризации** можно по формуле:

$$P = \frac{I_{\text{пол}}}{I},$$

где  $I_{\text{пол}}$  – интенсивность поляризованной компоненты излучения,  $I$  – полная интенсивность.

**Поляризатор** – это оптическое устройство, формирующее свет с определенной ориентацией вектора  $\vec{E}$ . **Анализатор** – это устройство, позволяющее определить характер поляризации излучения. В качестве анализатора может быть использован поляризатор.

Математическая запись **закона Малюса** имеет вид:

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

где  $I$  – интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор;  $I_0$  – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор;  $\varphi$  – угол между плоскостью поляризации света и плоскостью пропускания анализатора (рис. 4.26).

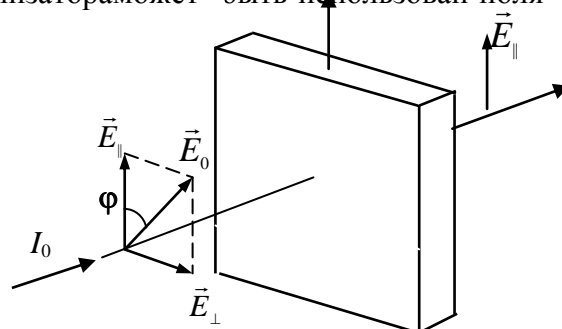


Рис.4.26

Если на анализатор падает естественный свет с интенсивностью  $I_{\text{ест}}$ , то при любой ориентации анализатора прошедший свет линейнополяризован в плоскости пропускания анализатора с интенсивностью  $I = 0,5I_{\text{ест}}$ .

### 4.3. Взаимодействие света с веществом

**Дисперсия света** – это совокупность явлений, обусловленных зависимостью показателя преломления  $n$  от частоты  $\omega$  (частотная дисперсия) и волнового вектора  $\vec{k}$  (пространственная дисперсия). В оптическом диапазоне в основном проявляются эффекты частотной дисперсии. Простейший пример – разложение белого света в спектр с помощью призмы.

**Показатель преломления света** – это величина, равная отношению скорости света в вакууме к скорости света в среде  $n = c/v$ .

**Нормальная дисперсия** характеризуется увеличением показателя преломления  $n$  с ростом частоты  $\omega$  (уменьшением  $n$  с ростом длины волны  $\lambda$ ), т.е.

$$\frac{dn}{d\omega} > 0 \quad \text{или} \quad \frac{dn}{d\lambda} < 0.$$

В этом случае  $dv/d\omega < 0$ ,  $dv/d\lambda > 0$ .

**Аномальная дисперсия** – это уменьшение показателя преломления  $n$  с ростом частоты  $\omega$  (увеличением  $n$  с ростом длины волны  $\lambda$ ), т.е.

$$\frac{dn}{d\omega} < 0 \quad \text{или} \quad \frac{dn}{d\lambda} > 0.$$

В этом случае  $dv/d\omega > 0$ ,  $dv/d\lambda < 0$ .

**Поглощение света** (абсорбция света) – это явление потери энергии световой волной, проходящей через вещество.

**Закон Бугера-Ламберта-Бэра** – это закон ослабления света в веществе. Математическая запись этого закона имеет вид:

$$I = I_0 \exp(-\alpha x),$$

где  $I_0$  – интенсивность световой волны на входе в среду,  $\alpha$  – показатель поглощения.

Зависимость показателя преломления  $n$  и коэффициента поглощения  $k$  от частоты представлена на рис.4.27. В прозрачных средах вдали от области поглощения справедлива формула:

$$n^2 = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2},$$

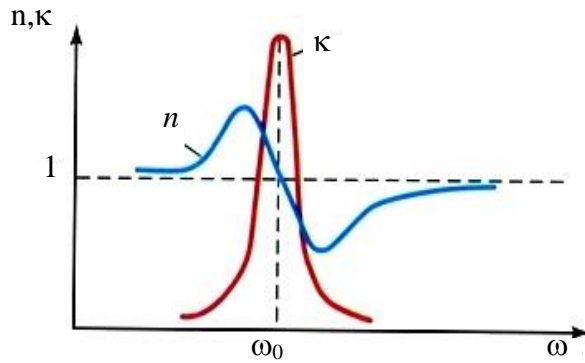


Рис.4.27

где  $\omega_p^2 = (Ne^2 / \epsilon_0 m)$  - плазменная частота,  $N$ ,  $m$  - концентрация и масса атомов,  $\omega_0$  - собственная частота атомных осцилляторов.

В области поглощения коэффициент поглощения  $k$  и показатель поглощения  $\alpha = 2\omega k/c$  достигают максимума.

**Рассеяние света** – это разброс направлений волновых векторов при распространении света в веществе при сохранении полной энергии волны. При этом происходит ослабление потока энергии в первоначальном направлении. Причина рассеяния - разного рода частицы, дефекты структуры, флуктуации плотности, колебания кристаллической решетки.

Рассеянное излучение частично или полностью поляризовано. Интенсивность рассеянного излучения в области частот  $\omega \ll \omega_0$  пропорциональна  $\omega^4$ , т.е.  $I_{\text{расс}} \sim \omega^4$  (закон Рэлея). При высоких частотах ( $\omega \gg \omega_0$ ) интенсивность рассеянного излучения *от частоты не зависит*.

#### Отражение и преломление света на границе диэлектриков.

**Закон отражения света:** падающий и отраженный лучи лежат в одной плоскости с нормалью к границе раздела в точке падения (плоскостипадения), угол падения равен углу отражения:  $\alpha = \alpha'$ .

**Закон преломления света:** падающий и преломленный лучи лежат в плоскости падения, отношение синуса угла падения к синусу угла преломления, равно относительному показателю преломления, т.е.  $\sin \alpha / \sin \beta = n_{21} = n_2 / n_1$ ,

где  $n_1, n_2$  - показатели преломления сред (рис.4.28).

**Полное отражение**- это явление, при котором падающий луч не преломляется, а полностью отражается, причем интенсивности отраженного и падающего лучей одинаковы.

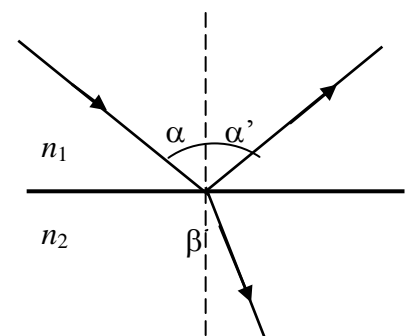


Рис.4.28

**Предельный угол**– это угол падения света на границу раздела двух сред, определяемый соотношением  $\alpha_0 = \arcsin(n_2 / n_1)$  и при  $n_2 < n_1$ , соответствующий углу преломления  $\beta = 90^\circ$ .

При  $\alpha > \alpha_0$  преломленной волны нет, показатель преломления и волновой вектор - комплексные величины. Во второй среде волна распространяется параллельно границе раздела с амплитудой  $A(z) \sim \exp(-kz)$ . Величина  $1/k \sim l$  характеризует глубину проник-

новения волны во вторую среду (в оптическом диапазоне  $l \sim 10^{-7}$  м). Примерами использования эффекта полного внутреннего отражения являются призмы полного отражения (рис.4.29) и световоды - стеклянные волокна (рис.4.30), по которым свет распространяется на значительные расстояния без заметного затухания.

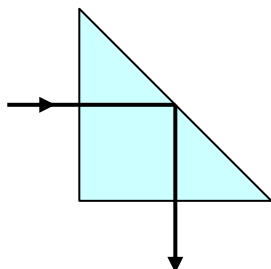


Рис.4.29

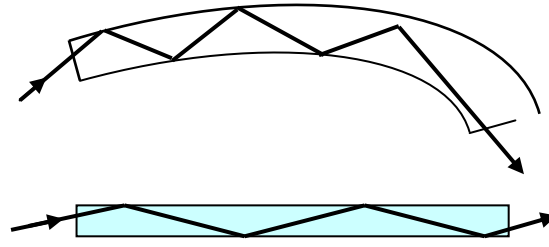
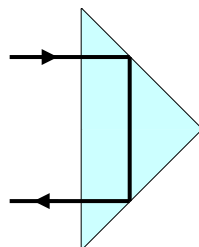


Рис.4.30

**Коэффициент отражения (R)** рассчитывается по формуле:-

$$R = I_1 / I_0 = E_1^2 / E_0^2,$$

где  $I_1, I_0$  интенсивности отраженной и падающей волн.

Величина  $R$  различна в случаях, когда вектор  $\vec{E}$  лежит в плоскости падения ( $E_{||}$ ) и когда вектор  $\vec{E}$  перпендикулярен плоскости падения ( $E_{\perp}$ ) (рис.4.31, 4.32):

$$R_{||} = \left( \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha + \beta)} \right)^2, \quad R_{\perp} = \left( \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \right)^2.$$

При нормальном падении луча ( $\alpha = \beta = 0$ )  $R_{||} = R_{\perp} = R_0 = [(n_1 - n_2) / (n_1 + n_2)]^2$ .

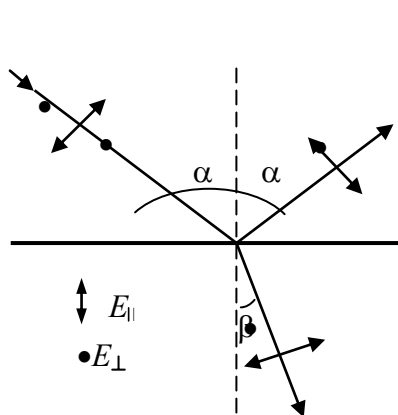


Рис.4.31

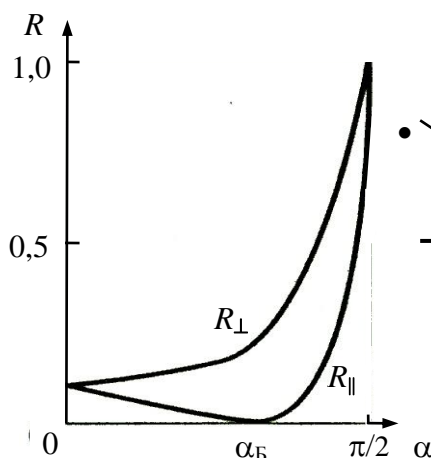


Рис.4.32

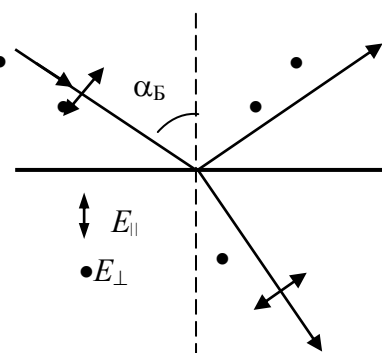


Рис.4.33

Для стекла в воздухе ( $n_1 = 1, n_2 = 1,5$ )  $R_0 = 0,04$ .

**Угол Брюстера** – это угол падения, определяемый условием:

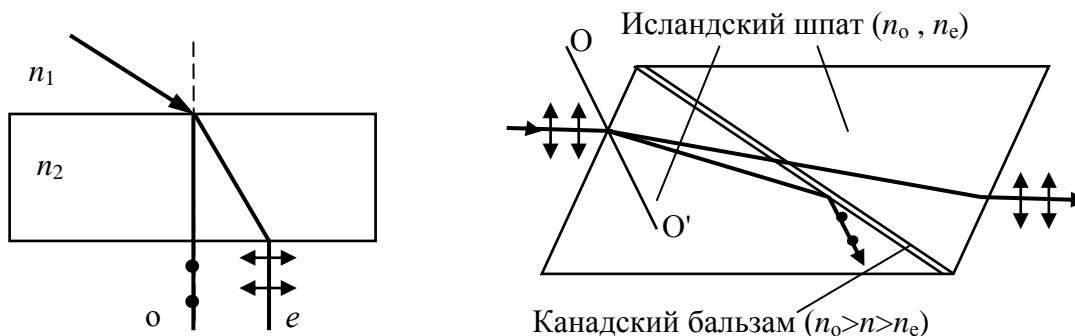
$$\operatorname{tg} \alpha_B = n_2 / n_1.$$

При падении неполяризованного света под углом Брюстера отраженная волна линейно поляризована в плоскости падения, преломленная – частично поляризована (рис.4.33). При падении под углом Брюстера света, поляризованного в плоскости падения, отраженная волна отсутствует ( $R_{||} = 0$ ).

**Двойное лучепреломление** – это явление раздвоения светового луча при прохождении через анизотропный кристалл. Один из них подчиняется закону преломления и называется обыкновенным лучом (о), а другой не подчиняется и называется необыкновен-



ный( $e$ ). Эти лучи полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях (рис. 4.34).



**Оптической осью кристалла** называется направление в анизотропном кристалле, по которому луч света распространяется, не испытывая двойного лучепреломления. Кристаллы в зависимости от их симметрии бывают одноосные и двуосные, т.е. имеют одну или две оптические оси. Обыкновенные лучи распространяются в кристалле по всем направлениям со скоростью  $v_o = c/n_o$ , необыкновенные - со скоростью  $v_e = c/n_e$ , зависящей от угла между вектором  $\vec{E}$  и оптической осью. Для луча вдоль оптической оси  $n_o = n_e$ .

**Поляризационные призмы** – это призмы, используемые для получения поляризованного света на основе явления двойного лучепреломления.

**Призма Николя** – поляризационная призма (рис.4.35), состоящая из двух кристаллов исландского шпата ( $\text{CaCO}_3$ ,  $n_o = 1,65$ ,  $n_e = 1,48$ ), склеенных слоем канадского бальзама ( $n = 1,55$ ). Углы склейки подобраны так, что обыкновенный луч испытывает полное внутреннее отражение и поглощается нижней гранью, а необыкновенный луч выходит из кристалла. Естественный свет превращается в плоскополяризованный с уменьшением интенсивности вдвое.

**Поляроиды** – пленки из веществ, обладающих различным поглощением света в зависимости от ориентации вектора  $\vec{E}$ , преобразующие естественный свет в плоскополяризованный.

**Искусственная анизотропия** возникает под действием сжатия (растяжения) электрического или магнитного поля. Вовсе случаях вещество приобретает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением деформации-электрического или магнитного поля. Мерой, возникающей при этом оптической анизотропии, служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном оптической оси:

$$\begin{aligned} n_o - n_e &= k_1 \sigma \quad (\text{в случае деформации}); \\ n_o - n_e &= k_2 E^2 \quad (\text{в случае электрического поля}); \\ n_o - n_e &= k_3 H^2 \quad (\text{в случае магнитного поля}), \end{aligned}$$

где  $k_1, k_2, k_3$  – постоянные, зависящие от свойств вещества,  $\sigma$  – нормальное напряжение,  $E, H$  – напряженности электрического и магнитного полей.

Вещества, способные вращать плоскость поляризации распространяющегося в них излучения, называют оптически активными. К ним относятся кварц, сахар, скипидар, водный раствор сахара.

**Угол поворота плоскости поляризации** можно рассчитать по уравнениям для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей:

$$\varphi = \alpha d,$$

для оптически активных растворов:

$$\varphi = [\alpha] C d,$$



где  $d$  – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе,  $\alpha$  ( $[\alpha]$ ) – удельное вращение;  $C$  – массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

#### 4.4. Квантовая природа излучения

**Тепловое излучение** – это электромагнитное излучение, испускаемое веществом, возникающее за счет его внутренней энергии – единственный вид излучения, которое может находиться в равновесии с излучающими телами.

**Люминесценция** – это виды излучения света, возбуждаемые за счет любого вида энергии, кроме теплового. По виду возбуждения различают фотолюминесценцию (возбуждение светом), электролюминесценцию (возбуждение электрическим полем), хемилюминесценцию (возбуждение в химической реакции), радиолюминесценцию (возбуждение радиацией).

**Спектральная плотность энергетической светимости (спектральная плотность излучательности, испускательная способность)** определяется уравнением:

$$M_{\nu T} = \frac{dW_{\text{изл}}}{d\nu},$$

где  $dW_{\text{изл}}$  – энергия, излучаемая в единицу времени с единицы площади поверхности тела в интервале частот  $(\nu, \nu + d\nu)$ . В шкале длин волн формула принимает вид:

$$M_{\lambda T} = \frac{dW_{\text{изл}}}{d\lambda} = M_{\nu T} \frac{c}{\lambda^2}.$$

**Энергетическая светимость тела (излучательность, полная испускательная способность тела)** определяется уравнением:

$$M_T = \int_0^{\infty} M_{\nu T} d\nu = \int_0^{\infty} M_{\lambda T} d\lambda,$$

т.е. это поток энергии (любых частот), испускаемый единицей поверхности излучающего тела в единицу времени во всех направлениях.

**Спектральный коэффициент поглощения (поглощательная способность тела)** – это отношение поглощенного потока лучистой энергии  $dW_{\text{погл}}$  к падающему  $dW$ :

$$A_{\nu T} = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW}.$$

**Абсолютно черное тело** – тело, способное полностью поглощать падающее на него излучение. Коэффициент поглощения абсолютно черного тела равен единице для всех частот и температур (рис.4.36,1).

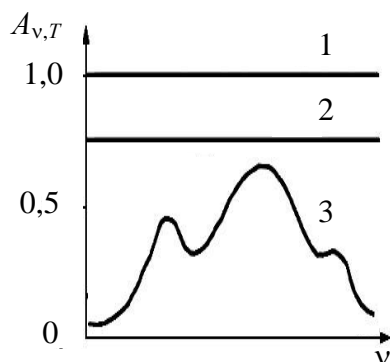


Рис.4.36

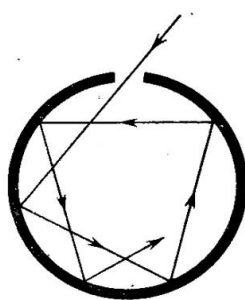


Рис.4.37

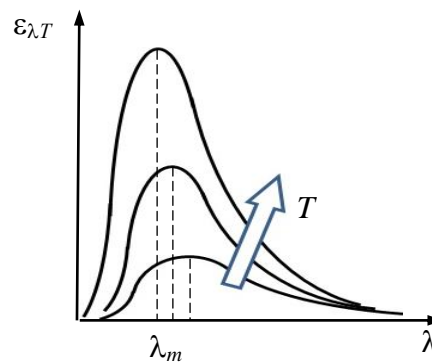


Рис.4.38

Моделью абсолютно черного тела может служить замкнутая полость, в стенке которой имеется малое отверстие (рис.4.37). **Серое тело** – это тело, коэффициент поглощения которого меньше единицы, одинаков для всех частоты зависит от температуры, состояния поверхности тела, т.е.  $(A_{\nu T}^c) = A_T < 1$  (рис.4.38, 2). Спектр поглощения реальных тел показан на рис.4.38, кривая 3.

**Закон Кирхгофа:** отношение спектральной плотности энергетической светимости и коэффициента поглощения не зависит от природы тел и является универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры, т.е.

$$\frac{M_{\nu T}}{A_{\nu T}} = f(\nu T) = \varepsilon_{\nu T}.$$

Для абсолютно черного тела  $A_{\nu T} \equiv 1$ , поэтому универсальная функция Кирхгофа  $\varepsilon_{\nu T}$  есть спектральная плотность энергетической светимости черного тела. При этом  $\varepsilon_{\nu T} = \varepsilon_{\lambda T} \lambda^2 / c$ .

**Энергетическая светимость абсолютно черного тела** определяется соотношением:

$$\varepsilon_T = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\nu T} d\nu = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda T} d\lambda$$

**Закон Стефана – Больцмана** – это закон, определяющий зависимость между энергетической светимостью чёрного тела и его температурой. Его математическая запись имеет вид:

$$\varepsilon_T = \sigma T^4,$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \text{ К}^4$  - постоянная Стефана-Больцмана.

**Закон смещения Вина** определяет положение максимума в распределении энергии в спектре излучения абсолютно черного тела (рис.4.46):

$$T \lambda_{\max} = b,$$

где  $T$  – абсолютная температура тела,  $\lambda_{\max}$  – длина волны, на которую приходится максимум излучения абсолютно черного тела,  $b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м}\cdot\text{К}$  - постоянная Вина.

**Формула Планка** описывает спектральную плотность энергетической светимости черного тела следующим выражением:

$$\varepsilon_{\nu T} = \frac{2 \pi \nu^3 h}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1},$$

где  $k = 1,38 \cdot 10^{-16} \text{ Дж/К}$  - постоянная Больцмана,  $h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$  – постоянная Планка,  $c$  – скорость света.

Формула Планка с высокой точностью согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектре черного тела во всем интервале частот и температур. Из формулы Планка следуют законы излучения абсолютно черного тела.

**Формула Рэлея – Джинса** – это формула для спектральной плотности энергетической светимости черного тела, применима в области малых частот и высоких температур (при условии  $h\nu \ll kT$ ):

$$\varepsilon_{\nu T} = 2\pi\nu^2 kT / c^2,$$

**Фотон** – это элементарная частица, квант электромагнитного поля. Масса покоя фотона равна нулю, и его скорость равна скорости света.

**Энергию фотона** можно определить по формуле:

$$E = h\nu,$$

а его **импульс** по формуле:

$$\vec{p} = \hbar \vec{k},$$

где  $\hbar = h/2\pi = 1,054 \cdot 10^{-34}$  Дж с,  $\vec{k}$  - волновой вектор. Модуль импульса фотона определяется по формуле  $p = h/\lambda = hv/c = E/c$ .

**Внешним фотоэффектом** называется процесс испускания электронов веществом под действием электромагнитного излучения (рис.4.39).

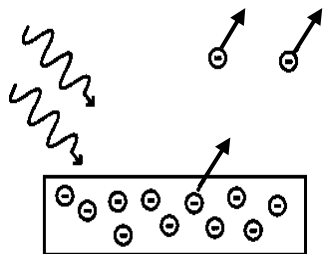


Рис.4.39

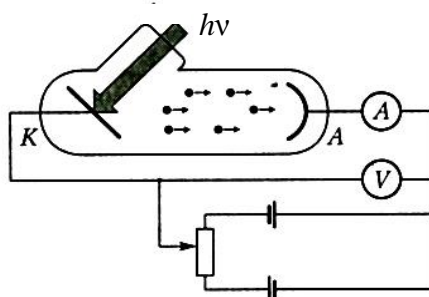


Рис.4.40

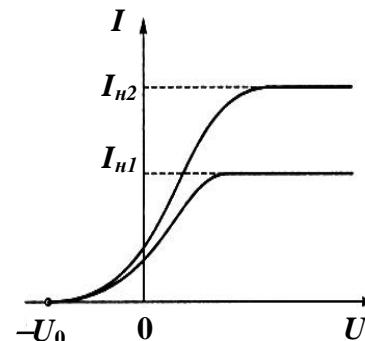


Рис.4.40

**Законы внешнего фотоэффекта:** 1) Величина фототока пропорциональна интенсивности падающего излучения; 2) Для каждого вещества существует длинноволновая (красная) граница фотоэффекта  $\lambda_0$ , за которой (при  $\lambda > \lambda_0$ ) фотоэффект не наблюдается; 3) Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов линейно возрастает с частотой  $\nu$  падающего света и не зависит от его интенсивности.

**Вольт-амперная характеристика (ВАХ) фотоэффекта** – это зависимость фототока  $I$ , образуемого потоком электронов, от напряжения  $U$  (рис.4.40).

С ростом  $U$  ток возрастает и достигает насыщения (рис.4.49), связанного с тем, что все  $n$  электронов, вылетающих с катода в единицу времени, достигают анода. Ток насыщения можно рассчитать по формуле:  $I_{нас} = en$ .

При  $U = 0$  фототок отличен от нуля, так как имеются электроны, обладающие достаточными скоростями для достижения анода без помощи ускоряющего поля. Для прекращения тока необходимо приложить задерживающее напряжение  $U_0$ . Максимальная скорость фотоэлектронов  $v_m$  связана с  $U_0$  соотношением:

$$m v_m^2 / 2 = eU_0 .$$

**Уравнение Эйнштейна** для внешнего фотоэффекта (закон сохранения энергии при взаимодействии квантов света с металлами) имеет вид:

$$h\nu = A + m v_m^2 / 2 .$$

где  $h\nu = E$  – энергия фотона, падающего на поверхность металла;  $A$  – работа выхода электрона из металла;  $v_m$  – максимальная скорость фотоэлектрона.

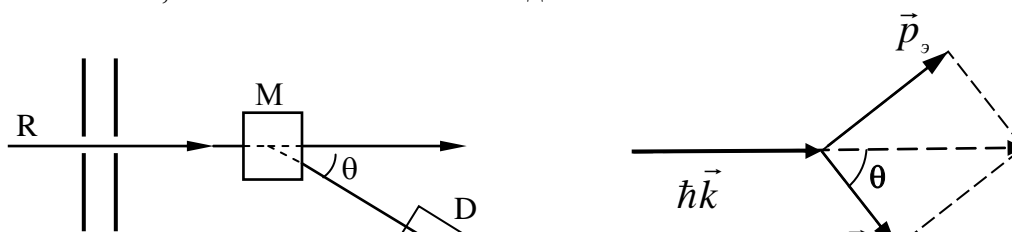
Минимальная частота излучения, вызывающего фотоэффект (красная граница), равна  $\nu_0 = A/h$ . Соответствующая максимальная длина волны  $\lambda_0 = hc/A$ . У щелочных металлов красная граница лежит в видимом диапазоне, у большинства металлов – в ультрафиолетовой области.

**Многofотонный фотоэффект** возможен при большой интенсивности света (например, при использовании лазерных пучков). В этих условиях электрон, испускаемый металлом, может одновременно получить энергию от нескольких фотонов и может выйти из вещества под действием света с частотой, меньшей красной границы.

**Эффект Комптона** связан с изменением длины волны излучения при рассеянии на свободных (слабо связанных) электронах:

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_C (1 - \cos\theta),$$

где  $\lambda_C = 2h/mc = 2,4626$  пм – комptonовская длина волны.



Согласно квантовым представлениям эффект Комптона – это результат упругих столкновений рентгеновских фотонов со свободными электронами. В силу малости  $\lambda_C$  такой эффект наблюдается только в опытах с рентгеновским и  $\gamma$ -излучением.

**Давление света** можно рассматривать как результат передачи импульса фотонов отражающему или поглощающему телу. Величина светового давления определяется соотношением:

$$p = w(1 + R)\cos^2\varphi,$$

где  $w$  - объемная плотность энергии излучения,  $R$  - коэффициент отражения,  $\varphi$  - угол падения излучения.

## 5. Элементы атомной и ядерной физики

### 5.1. Элементы квантовой механики

**Квантовая механика** - это теория, устанавливающая способ описания и законы движения микрообъектов (электронов в атомах, атомов в молекулах, нуклонов в ядрах и т.д.). Законы квантовой механики образуют основу наук о строении и свойствах вещества.

**Корпускулярно-волновой дуализм** – это универсальное свойство природы, заключающееся в том, что любой микрообъект способен в зависимости от условий проявлять в той или иной мере корпускулярные или волновые свойства. Согласно гипотезе Л. де Бройля с любым микрообъектом связаны корпускулярные характеристики (энергия  $E$ , импульс  $p$ ), и волновые характеристики (частота  $\omega$ , длина волны  $\lambda$ ). Корпускулярные и волновые характеристики микрообъектов связаны соотношениями

$$E = \hbar \omega, \quad \vec{p} = \hbar \vec{k}.$$

В опытах по рассеянию электронов на монокристаллах (Девиссон, Джермер, рис. 5.1) дифракционная картина формировалась в отраженном пучке электронов, при рассеянии на поликристаллических пластинах (Томсон, рис. 5.2) - в проходящем. Дифракционные максимумы

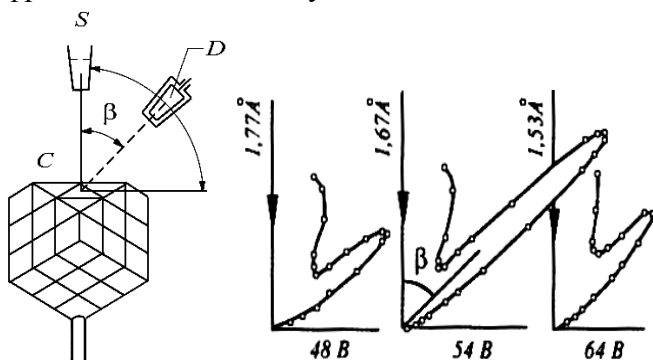


Рис.5.1

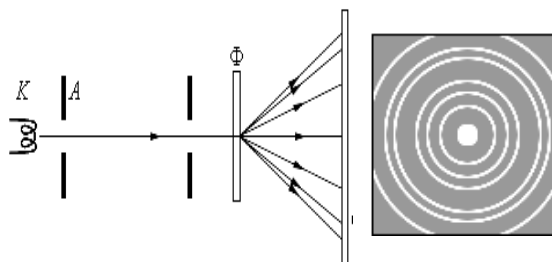


Рис.5.2

соответствовали формуле Вульфа-Брэггов для длины волны, вычисленной по формуле  $\lambda = h/p = h/\sqrt{2qmU}$ .

**Квантование.** Физические величины (энергия, импульс, момент импульса), относящиеся к системе, в определенных условиях могут иметь только дискретные (квантованные) значения. При изменении состояния системы (квантовом переходе) происходит скачкообразное изменение этих величин.

Квантование энергии атома установлено в опыте Франка и Герца, исследовавших зависимость тока  $I$  от ускоряющего потенциала  $U$  между катодом  $K$  и сеткой  $C_1$  в трубке, заполненной парами ртути (рис.5.3). Вольтамперная характеристика  $I(U)$  имеет ряд максимумов (рис.5.4). При  $U < 4,9$  В столкновения электронов с атомами ртути носят упругий характер, электроны преодолевают область тормозящего поля 3 и попадают на анод.

При  $U \geq U_1 = 4,9$  В соударения электронов с атомами становятся неупругим, и электрон, отдав энергию  $eU_1$  атому ртути, не может преодолеть область 3, что обуславливает уменьшение тока. При дальнейшем увеличении  $U$  растет число электронов, имеющих энергию для преодоления области 3, что ведет к росту тока.

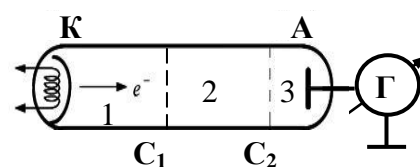


Рис.5.3

При  $U = 2U_1$  электрон может дважды испытать неупругие столкновения с атомами, ток снова уменьшается и т.д. Наличие спадов на кривой  $I(U)$  при значениях напряжения  $U$ , кратных  $U_1$ , - следствие квантования энергии атома. Возврат в основное состояние атома ртути сопровождается излучением с длиной волны  $\lambda = hc/eU_1 = 253$  нм. Аналогичные закономерности наблюдаются и при заполнении лампы другими газами.

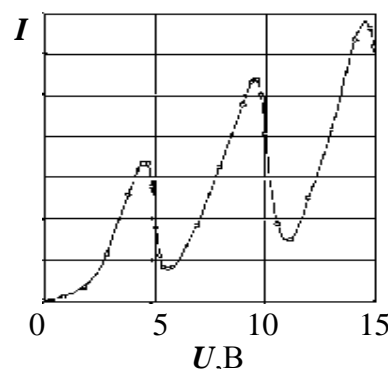


Рис.5.4

**Волновая функция** (амплитуда вероятности) – это функция, описывающая состояние квантовой системы. Квадрат модуля волновой функции определяет вероятность того, что физические величины, относящиеся к системе, принимают некоторые определенные значения.

Вероятность обнаружения частицы, находящейся в состоянии с волновой функцией  $\psi(\vec{r}, t)$  в элементе объема  $dV$  в окрестности точки  $\vec{r}$  может быть определена по уравнению:

$$dw(\vec{r}, t) = |\psi(\vec{r}, t)|^2 dV = \psi\psi^* dV,$$

где  $\psi^*$  - функция, комплексно сопряженная с  $\psi$ .

Вероятность обнаружения частицы в объеме  $V$  можно рассчитать по уравнению:

$$w(t) = \int_V |\psi(\vec{r}, t)|^2 dV.$$

**Условием нормировки** волновой функции является уравнение:

$$\int |\psi|^2 dV = 1,$$

где интеграл берется по области, в которой  $\psi$  отлична от нуля. Условие означает, что в данной области частица находится с достоверностью.

Вероятностное описание состояний включает определение **средних значений физических величин**, относящихся к системе. Среднее значение координат и  $x$ -компоненты импульса частицы в состоянии  $\psi(x)$  можно определить из соотношений:

$$\langle x \rangle = \int x dw = \int x |\psi|^2 dV; \quad \langle p_x \rangle = -i\hbar \int \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial x} dV.$$

Разброс возможных значений физической величины относительно среднего значения характеризуется дисперсией. В состоянии с волновой функцией  $\psi(\vec{r})$  дисперсии значений координат и соответствующих компонент импульса удовлетворяют соотношению, которое называется **соотношением неопределенностей**:  $D_i D_{p_i} \geq \hbar^2 / 4$ . В упрощенной форме соотношение имеет вид:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad \Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \quad \Delta z \Delta p_z \geq \hbar,$$

где  $\Delta x, \Delta p_x, \Delta y, \Delta p_y, \Delta z, \Delta p_z$  - неопределенности координаты и компоненты импульса частицы. Неопределенность координат и импульса частицы означает отсутствие у нее траектории в классическом понимании.

**Соотношения неопределенностей для энергии и времени** можно представить в виде:

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где  $\Delta E$  - неопределенность энергии частиц,  $\Delta t$  - время нахождения частицы в состоянии с энергией  $E$ .

**Стационарные состояния** – это состояния с *определенным* значением энергии.

**Уравнение Шредингера для стационарных состояний** имеет вид:

$$\hat{H} \psi_E = E \psi_E,$$

где  $\hat{H}$  - оператор полной энергии (оператор Гамильтона),  $E$  - значения энергии,  $\psi_E$  - волновые функции системы в стационарном состоянии.

**Временное уравнение Шредингера** описывает эволюцию состояния:

$$i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi.$$

Задача динамики квантовой системы включает:

- 1) установление вида оператора полной энергии системы  $\hat{H}$ ;
- 2) нахождение решения уравнения Шредингера для стационарных состояний, т.е. волновых функций и параметров стационарных состояний;
- 3) нахождение решения временного уравнения Шредингера. При этом находят вероятности квантовых переходов между состояниями.

**Оператор Гамильтона для частицы в потенциальном поле  $U(\vec{r}, t)$**  можно рассчитать по формуле:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U.$$

где  $\nabla^2$  - оператор Лапласа.

**Уравнение Шредингера для стационарных состояний частицы** имеет вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(\vec{r}) + U(\vec{r}) \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}).$$

Для одномерного движения свободной частицы ( $U = 0$ ) уравнение Шредингера имеет вид:



$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}.$$

Решением данного уравнения является уравнение:

$$\psi(x,t) = A \exp[-i(kx - Et/\hbar)]$$

Оно описывает плоскую монохроматическую волну с частотой  $\omega = E/\hbar$ , волновым числом  $k = \sqrt{2mE/\hbar}$  и длиной волны  $\lambda = E/k\hbar$ .

**Энергию свободной частицы** можно рассчитать по уравнению:

$$E = \hbar^2 k^2 / 2m = p^2 / 2m,$$

где  $p$  – импульс частицы. Значения  $E$  и  $p$  образуют непрерывный спектр.

**Плотность вероятности обнаружения свободной частицы** в данной точке рассчитывают по формуле:  $\psi\psi^* = |A|^2$ , все положения частицы в пространстве равновероятны.

**Длина волны де Бройля** определяется по уравнению:  $\lambda = h/p$ .

Потенциальная энергия **частицы в одномерной прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками** (рис.5.5) определяется по соотношению:

$$U(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \in (0,a), \\ \infty & \text{при } x \notin (0,a). \end{cases}$$

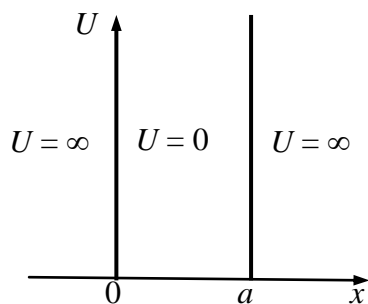


Рис.5.5

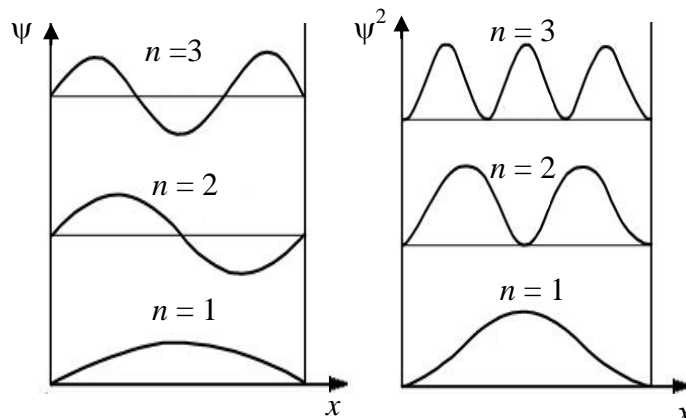


Рис.5.6

Уравнение Шредингера для стационарных состояний частицы в яме имеет вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} = E\psi, \quad (x \in (0,a)),$$

Волновые функции частицы в яме (рис.5.6) определяются уравнением:

$$\psi(x) = \sqrt{2/a} \sin(n\pi x/a), \quad n=1,2,\dots$$

Значения энергии частицы можно рассчитать по формуле:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2, \quad n=1,2,\dots$$

Потенциальная энергия **гармонического осциллятора** (рис.5.7) определяется уравнением:

$$U(x) = kx^2/2$$

Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора имеет вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{kx^2}{2} \psi = E\psi.$$



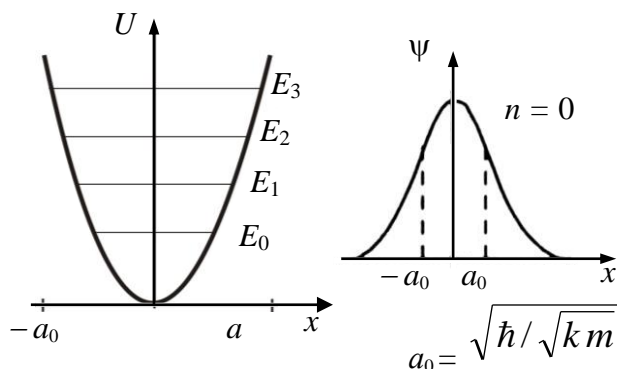


Рис.5.7

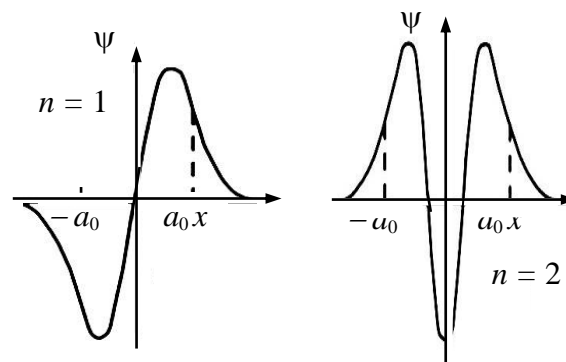


Рис.5.8

Энергетический спектр осциллятора:

$$E_n = \hbar \omega (n + 1/2), \quad \omega = \sqrt{k/m}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Энергию основного состояния (нулевых колебаний) рассчитывают по формуле:  $E_0 = \hbar \omega / 2$ .

**Правила отбора** - это условия, устанавливающие допустимые квантовые переходы между уровнями энергии квантовой системы.

Правило отбора для гармонического осциллятора имеет вид:

$$\Delta n = \pm 1,$$

т.е. энергия гармонического осциллятора при излучении или поглощении может изменяться только порциями  $\hbar \omega$ .

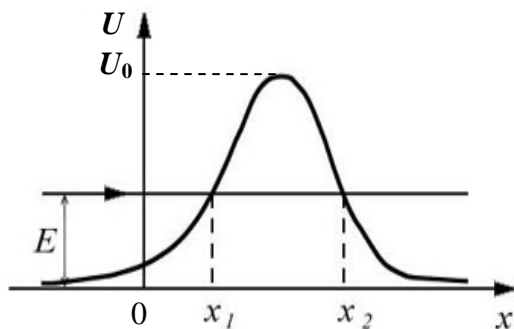


Рис.5.9

**Туннельным эффектом** называется квантовый переход системы через область движения, запрещенную законами классической механики. Пример такого процесса – прохождение частицы через потенциальный барьер, когда ее энергия  $E$  меньше высоты барьера  $U_0$  (рис.5.9). Прозрачность барьера (отношение плотности потока прошедших частиц к плотности потока падающих) определяется по формуле

$$D \approx D_0 \int_{x_1}^{x_2} \exp[-\sqrt{8m(U(x) - E)} dx / \hbar].$$

:

Туннельный эффект обуславливает радиоактивный распад тяжелых ядер и протекание ряда ядерных реакций, ионизацию атомов в сильном поле, определяет энергетический спектр электронов в кристаллах и явления на границах раздела различных сред.

## 5.2. Элементы атомной физики

**Атом** – это наименьшая часть химического элемента, способная к самостоятельному существованию, носитель его свойств. Информацию о строении и свойствах атомов получают, наблюдая рассеяние, возбуждение, ионизацию и излучение атомов в результате их взаимодействий с атомами, электронами, ионами.

Согласно модели Дж.Дж.Томсона атом - это положительно заряженный шар, радиусом  $\sim 10^{-8}$  см, внутри которого электроны колеблются относительно положений равно-

веса (рис.5.10а), что обуславливает излучение атома. В экспериментах Э.Резерфорда по рассеянию  $\alpha$ -частиц на

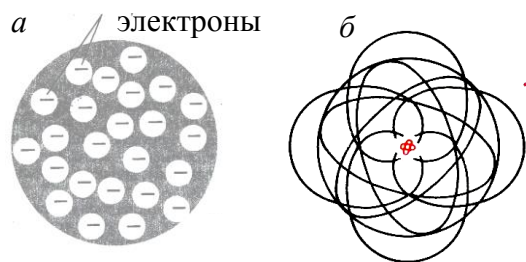


Рис.5.10

Согласно постулатам **Н. Бора**:

1. Атом может находиться в стационарных состояниях, энергии которых  $E_1, E_2, E_3, \dots$  образуют дискретный спектр.

2. При переходе атома из одного стационарного состояния с энергией  $E_m$  в стационарное с энергией  $E_n < E_m$  происходит излучение кванта света с частотой

$$\nu = (E_m - E_n) / h.$$

Если  $E_n > E_m$ , происходит поглощение кванта с частотой  $\nu = (E_n - E_m) / h$

В модели атома водорода, предложенной Н.Бором электрон вращается вокруг ядра по круговой орбите под действием кулоновской силы притяжения  $F_K = e^2 / 4\pi\epsilon_0 r^2$  (рис.5.11) согласно закону Ньютона, т.е

$$m v^2 / r = e^2 / 4\pi\epsilon_0 r^2.$$

Стационарная орбита определяется правилом квантования для момента импульса электрона:

$$L = m v r = n\hbar, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

**Радиусы стационарных орбит можно** рассчитать по формуле:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m e^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

**а энергии стационарных состояний** – по формуле:

$$E_n = - \frac{m e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}.$$

Энергетическое состояние с  $n = 1$  называется основным (невозбужденным) состоянием. Состояния с  $n > 1$  называются возбужденными.

Основными расчетными формулами, характеризующими состояние атома водорода, являются:

**Энергия основного состояния:**  $E_1 = - \frac{m e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} = - 13,55 \text{ эВ}.$

**Первый боровский радиус:**  $r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m e^2} = 0,529 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$

**Энергия ионизации атома водорода:**  $I = - E_1 = 13,55 \text{ эВ}.$

**Энергия испускаемого кванта:**  $h\nu = E_k - E_n = R h (1/k^2 - 1/n^2),$

где  $R = m e^4 / 8 h^3 \epsilon_0^2 = 3,293 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$  - постоянная Ридберга.

**Длина волны** излучаемого света удовлетворяет формуле:

$$1/\lambda = R^2 (1/k^2 - 1/n^2),$$

атомах была подтверждена планетарная модель: в центре атома находится положительно заряженное ядро, вокруг которого движутся электроны (рис.5.10б). Данные модели не соответствуют законам классической физики, не объясняют устойчивость атома и наблюдаемые особенности атомных спектров.

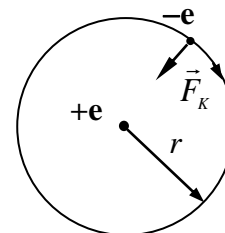


Рис.5.11

где  $R' = R/c = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  - постоянная, также называется постоянной Ридберга.

**Частота излучаемого света:**  $\nu = R (1/k^2 - 1/n^2)$ .

**Уравнение Шредингера для электрона в атоме водорода:**

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \psi = E \psi$$

Состояние электрона в атоме водорода описывается волновой функцией  $\psi$ , удовлетворяющей стационарному уравнению Шредингера при собственных значениях  $E_n$ , совпадающих с полученными в модели атома водорода Бора.

**Квантовыми числами** являются:

$n$  - главное квантовое число, определяющее значение энергии электрона. Оно принимает значения 1, 2, 3 ...

$l$  - орбитальное число, определяющее модуль момента импульса электрона в атоме:  $L = \hbar \sqrt{l(l+1)}$ ,  $l = 0, 1, 2, \dots, n-1$ .

$m$  - магнитное квантовое число, определяющее проекцию момента импульса на заданное направление  $z$  в пространстве:

$$L_z = \hbar m, m = -l, -l+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, l-1, l.$$

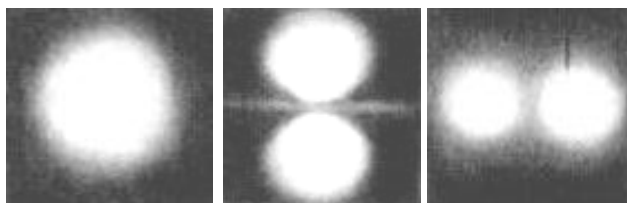
Каждому собственному значению  $E_n$  (кроме  $E_1$ ) соответствует несколько собственных функций  $\psi_{n,l,m}$ , отличающихся значениями  $l$  и  $m$ . Состояние с  $l = 0$  называется  $s$ - состоянием, с  $l = 1$  -  $p$  - состоянием, с  $l = 2$  -  $d$  - состоянием, с  $l = 3$  -  $f$  - состоянием и т.д.

**Магнитный момент электрона** можно определить по формуле:

$$\mu_z = \frac{e}{2m_e} L_z = \frac{e\hbar}{2m_e} m = \mu_B m,$$

где  $\mu_B = e\hbar/2m_e = 9,27 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тл}$  - магнетон Бора.

В атоме имеет смысл только вероятность нахождения электрона в той или иной его части.



1s,  $m = 0$

2p,  $m = 0$

2p,  $m = \pm 1$

Для наглядности можно говорить о электронном облаке вокруг ядра, размер и форму которого определяют квантовые числа  $n$  и  $l$ , а ориентацию - число  $m$  (рис. 5.12).

Рис.5.12

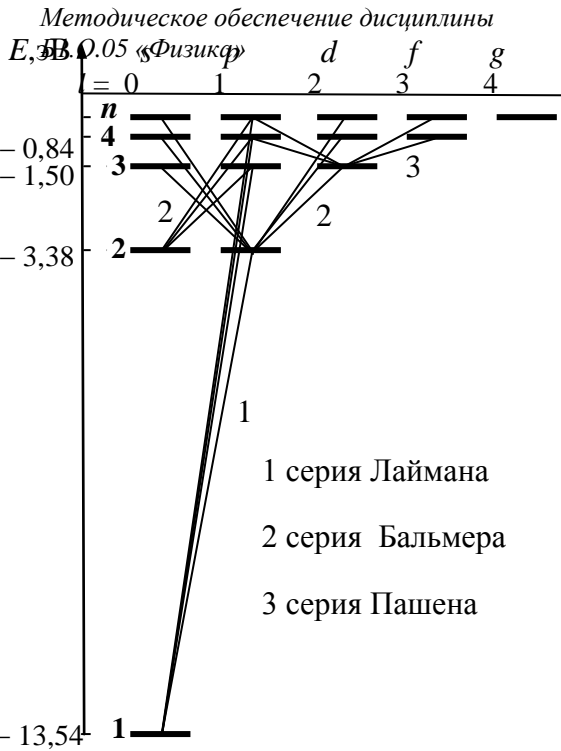


Рис.5.13

Все линии в спектре атома водорода образуют группы (серии). Линии определенной серии возникают в спектрах испускания при переходах с различных верхних уровней на один и тот же конечный нижний уровень при соблюдении правил отбора (рис.5.13):

$$\Delta l = \pm 1, \Delta m = 0, \pm 1.$$

Серия Лаймана определяется переходами:

$$np \rightarrow 1s \quad (n = 2, 3, \dots);$$

серия Бальмера - переходами

$$np \rightarrow 2s, ns \rightarrow 2p, nd \rightarrow 2p \quad (n = 3, 4, \dots)$$

серия Пашена переходами

$$np \rightarrow 3s, ns \rightarrow 3p, nd \rightarrow 3p, np \rightarrow 3d,$$

$$nf \rightarrow 3d, \quad (n = 4, 5, \dots).$$

Расчет вероятностей квантовых переходов обосновал постулаты Бора, правила отбора и позволил определить интенсивность спектральных линий.

-

**Спин** – это собственный момент импульса микрочастицы, модуль которого и проекция на ось  $z$  определяются формулами:

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)}; \quad L_{sz} = \hbar m_s, \quad m_s = -s, -s+1, \dots, s,$$

где  $s$  – спиновое квантовое число, являющееся характеристикой микрочастицы подобно заряду и массе (для электрона  $s = 1/2$ , для фотона  $s = 1$ );  $m_s$  – магнитное спиновое квантовое число.

Проекцию спинового магнитного момента электрона на ось  $z$  можно определить по формуле:

$$\mu_{sz} = \frac{e}{2m_e} L_{sz} = \frac{e\hbar}{2m_e} m_s,$$

где  $m_s = \pm 1/2$ .

Экспериментальное доказательство квантования проекции магнитного момента атома на направление магнитного поля получено в опыте Штерна и Герлаха, в котором пучок атомов серебра проходил область неоднородного магнитного поля и попадал на фотопластинку (рис.5.14). Зафиксированное расщепление пучка на две компоненты свидетельствовало о наличии у атомов магнитного момента, проекция которого принимает только два значения. Анализ показал, что магнитный момент атома серебра обусловлен нескомпенсированным спиновым магнитным моментом электрона внешней электронной оболочки.

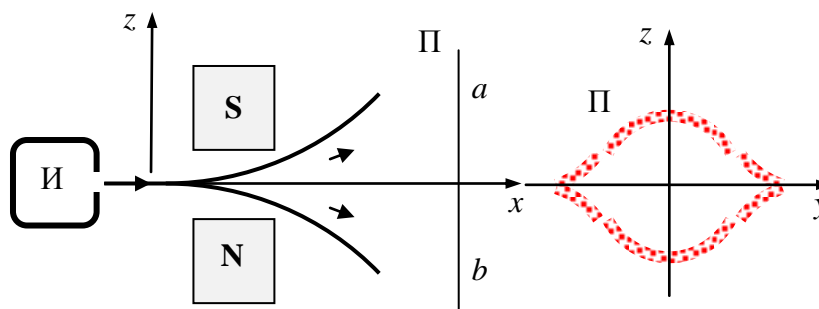


Рис.5.14

Состояние электрона в атоме определяется набором квантовых чисел: главного  $n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), орбитального  $l$  ( $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ ), магнитного  $m$  ( $m = -l, \dots, 0, \dots, +l$ ), магнитного спинового  $m_s$  ( $m_s = -1/2, +1/2$ ).

Число различных квантовых состояний, соответствующих данному  $n$ , равно:

$$2 \sum_{l=0}^{n-1} (2l + 1) = 2n^2.$$

Частицы, имеющие одинаковые физические свойства (заряд, массу, спин и т.д.), называют **тождественными**. В системе тождественных частиц экспериментально различить частицы невозможно. Перестановки частиц не приводят к новым состояниям.

Основной характеристикой квантового состояния системы частиц является число заполнения, учитывающее степень заполнения данного состояния частицами. В системе частиц с целочисленным спином числа заполнения могут принимать любые значения. В системе частиц с полуцелым спином числа заполнения могут принимать только два значения: 0 - для свободных состояний и 1 - для занятых.

Частицы с целочисленным спином (фотоны,  $\pi$ -мезоны) подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна и называются **бозонами**. Частицы с полуцелым спином (электроны, протоны, нейтроны) подчиняются статистике Ферми-Дирака и называются **фермионами**.

**Принцип Паули** формулируется следующим образом: в системе тождественных фермионов невозможно обнаружить две или более частиц в одном и том же квантовом состоянии. В атоме не может быть более одного электрона с некоторым набором квантовых чисел  $n, l, m, m_s$ .

Порядок заполнения электронных состояний в многоэлектронных атомах определяется принципом Паули и принципом минимума энергии.

Состояния с одинаковым значением квантового числа  $n$  обозначают буквами  $K, L, M, N$ . Каждая из таких групп называется слоем. Оболочкой называют группу состояний, близких друг другу по энергии. В каждой оболочке электроны распределены по *подоболочкам*, соответствующим орбитальному числу  $l$ . Количество электронов в подоболочке определяется магнитным и магнитным спиновым квантовыми числами и равно  $2(2l+1)$ . Максимальные числа электронов в состояниях, характеризующихся значениями  $n$  и  $l$ , приведены в таблице 5.1.

Основное состояние атома образуется в результате последовательного заполнения оболочек, начиная с низшей. Оболочка, заполненная нацело электронами, называется замкнутой. Атомы с замкнутыми оболочками образуют инертные газы.

Таблица 5.1

$n$	Число электронов в состояниях					Максимальное число электронов	
	слой	$s$	$p$	$d$	$f$		$g$
		$l = 0$	$l = 1$	$l = 2$	$l = 3$		$l = 4$
1	K	2					2
2	L	2	6				8

3	М	2	6	10			18
4	Н	2	6	10	14		32
5	О	2	6	10	14	18	50

Распределение электронов по состояниям называется *электронной конфигурацией*. Например, электронная конфигурация атома бора -  $1s^2 2s^2 2p^1$  (два электрона - в состояниях с  $n = 1, l = 0$ , два - с  $n = 2, l = 0$ , и один электрон с  $n = 2, l = 1$ ).

*K*-оболочка содержит два состояния  $1s$  и заполняется в атоме гелия  $\text{He}$  ( $Z=2$ ). *L*-оболочка содержит 2 состояния  $2s$  и 6 состояний  $2p$ . Ее заполнение заканчивается на неоне  $\text{Ne}$  ( $Z=10$ ). Эти оболочки совпадают со слоями. В третьей оболочке (8 состояний  $3p$  и  $3s$ ) это соответствие нарушается - ее заполнение завершается на аргоне  $\text{Ar}$  ( $Z = 18$ ) с электронной конфигурацией  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ . Состояния  $3d, 4s$  и  $4p$  образуют четвертую оболочку, заполняющуюся в криптонне  $\text{Kr}$  ( $Z=36$ ). Такой порядок обусловлен влиянием большого орбитального момента в состояниях  $3d$ .

Квантовая теория объясняет периодический закон Д. И. Менделеева. В химическую связь вступают электроны во внешних оболочках, способные при сближении изменить свое состояние. Такие электроны называют валентными. Атомы с одинаковым числом валентных электронов проявляют близкие химические, оптические, электрические и магнитные свойства. Периодичность свойств химических элементов связана с определенной периодичностью в расположении электронов в атомах различных элементов.

**Тормозное рентгеновское излучение** возникает при бомбардировке твердых мишеней быстрыми электронами. Наиболее распространенным источником рентгеновского излучения является рентгеновская трубка (рис. 4.51), в которой ускоренные полем электроны бомбардируют анод, испытывая на нем резкое торможение. При этом возникает рентгеновское излучение – электромагнитное излучение с длиной волны в диапазоне  $10^{-12} - 10^{-8}$  м. Сплошной спектр тормозного излучения имеет *коротковолновую границу*, для которой значение  $\lambda_{\min} = ch/eU$  (рис.5.16).

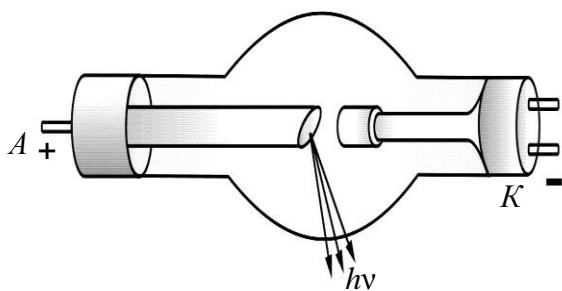


Рис. 5.15

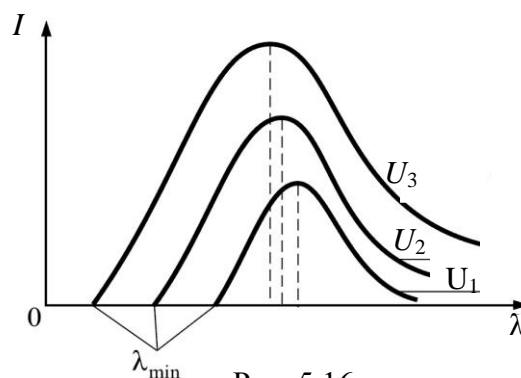


Рис. 5.16

**Характеристическое рентгеновское излучение** испускают атомы при ионизации их внутренних электронных оболочек при последовательном заполнении образовавшихся вакансий. Характеристические рентгеновские спектры являются линейными и состоят из серий, все линии каждой из которых объединены общим начальным уровнем ионизации (рис.5.14).

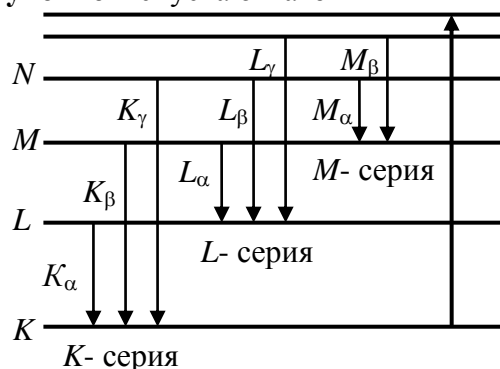


Рис.5.17



По закону Мозли можно рассчитать частоту излучения:

$$\nu = R(Z-\sigma)^2 (1/n_1^2 - 1/n_2^2),$$

где  $\nu$  – частота излучения,  $R$  – постоянная Ридберга,  $\sigma$  – постоянная экранирования,  $n_1 = 1, 2, 3, \dots$  определяет спектральную серию,  $n_2$  принимает целочисленные значения  $n_1 + 1$ . Для  $K$ -серии  $\sigma = 1$ ,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 2, 3, \dots$

Атом, находящийся в поле излучения в состоянии 1, переходит в состояние 2 с большей энергией, поглощая фотон с энергией  $h\nu = E_2 - E_1$  (рис.5.18а). Из возбужденного состояния 2 атом может перейти в невозбужденное состояние, передав энергию другим частицам без излучения (рис.5.18б), самопроизвольно (*спонтанно*) испустив фотон с энергией (рис.5.18 в), или испустив фотон с энергией  $h\nu = E_2 - E_1$  под действием внешнего излучения с частотой  $\nu$  (рис.5.18 г).

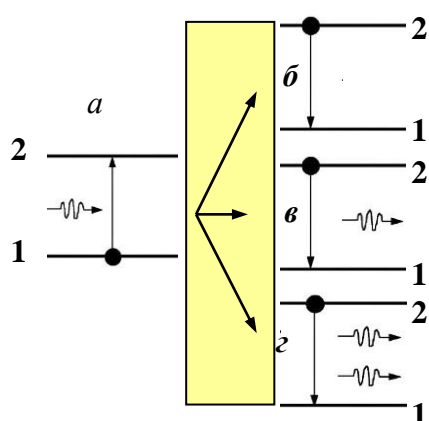


Рис.5.18

Спонтанное излучение имеет случайное направление распространения, произвольные плоскость поляризации и фазу.

Испускание фотона атомом под действием внешнего излучения называется *индуцированным* (вынужденным). Фотоны вынужденного излучения когерентны с фотонами, вызвавшими это излучение. Вклад индуцированного излучения становится существенным при большой мощности излучения.

**Закон Бугера-Ламперта** описывает изменение интенсивности излучения в пучке, распространяющемся вдоль направления оси  $z$ :

$$I = I_0 \exp(-\alpha z),$$

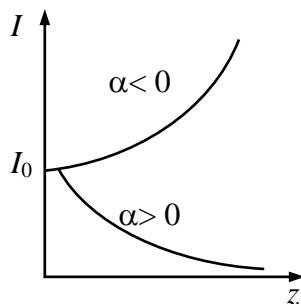


Рис. 5.19

где  $I_0, I$  – интенсивность излучения на входе в слой вещества и на глубине  $z$ ,  $\alpha = k(N_1 - N_2)$  – коэффициент поглощения вещества, где  $N_1, N_2$  – число атомов в невозбужденном возбужденном состоянии.

В обычных условиях  $N_2 < N_1$ , поэтому  $\alpha > 0$ , и среда поглощает излучение. Состояние, в котором  $N_2 > N_1$ , называется состоянием с *инверсной* заселенностью. В этом случае  $\alpha < 0$ , и интенсивность излучения увеличивается при его распространении.

Среда, в которой происходит усиление падающего на нее излучения, называется *активной* средой. Перевод системы в состояние с инверсной заселенностью называется *накачкой* и осуществляется оптическими, электрическими и иными способами.

**Лазеры** – это оптические квантовые генераторы. В твердотельном лазере на монокристалле рубина (корунд  $Al_2O_3$  с примесями ионов хрома  $Cr^{+3}$ ) (рис.5.20) при интенсивном облучении импульсной лампой накачки происходит переход ионов хрома на уровни полосы 3, откуда наиболее вероятны безызлучательные переходы ионов на долгоживущее (метастабильное) состояние – уровень 2, что позволяет создать на нем инверсную населенность и получить оптическую генерацию на линиях волн 694,3 нм и 692,7 нм.



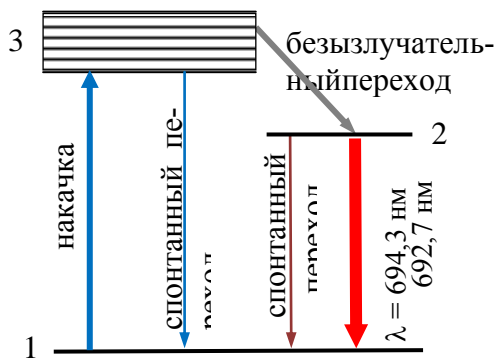


Рис.5.20

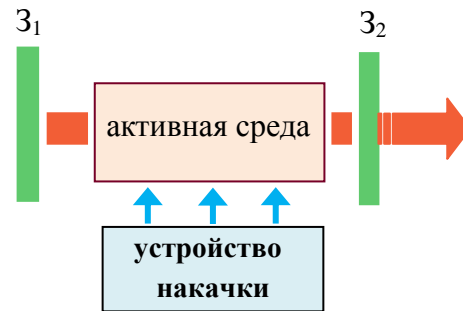


Рис.5.21

Каждый фотон, возникший при спонтанном переходе 2→1, может породить лавину вторичных фотонов. Для многократного усиления лазерной генерации используются два параллельных зеркала  $Z_1, Z_2$  на общей оптической оси, между которыми помещается активная среда (кристалл) (рис.5.21). Фотоны, движущиеся вдоль оптической оси, после многократного отражения от зеркал и усиления выходят через полупрозрачное зеркало  $Z_2$ , создавая строго направленный пучок.

Лазерное излучение отличается высокой степенью когерентности (время когерентности  $\sim 10^{-3}$  с, длина когерентности  $\sim 10^5$  м), строгой монохроматичностью ( $\Delta\lambda \sim 10^{-11}$  м), малым угловым расхождением пучка и большой плотностью потока энергии ( $\sim 10^{10}$  Вт).

### 5.3.Элементы квантовой статистики

**Распределение Бозе-Эйнштейна** определяет среднее число частиц с целочисленным спином в состоянии с энергией  $E$  :

$$\langle n \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{kT}\right) - 1}$$

**Распределение Ферми-Дирака** определяет среднее число частиц с полуцелым спином в состоянии с энергией  $E$  :

$$\langle n \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - \mu}{kT}\right) + 1}$$

где  $\mu$  - химический потенциал,  $k$  - постоянная Больцмана,  $T$  - абсолютная температура. Значение  $\mu$  находится из условия нормировки: число частиц во всех возможных состояниях должно быть равно полному числу частиц системы

**Критерий вырождения** - это условие, при котором система описывается квантовой статистикой:

$$\exp(\mu / kT) \gg 1 \quad \text{или} \quad n \left( \frac{2\pi\hbar^2}{mkT} \right)^{3/2} > 1,$$

где  $n$  - концентрация частиц,  $m$  - масса частицы,  $T$  - абсолютная температура. При выполнении условия  $\exp(\mu / kT) \ll 1$  выражения квантовых статистик превращаются в функцию распределения Максвелла-Больцмана для классической статистики

$$\langle n \rangle = A \exp(-E/kT).$$

**Температура вырождения** – это температура, ниже которой в системе проявляются квантовые эффекты, обусловленные тождественностью частиц. Температуру вырождения можно рассчитать по формуле:

$$T_B = a \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{m k},$$

где коэффициент  $a$  порядка единицы и различен для фермионов и бозонов. Для электронов в металле  $T_B \sim 10^4$  К, что значительно превышает температуру плавления вещества. Для фотонного газа ( $m = 0$ )  $T_B = \infty$ . Данные системы всегда вырождены.

**Уровень Ферми в металле при  $T = 0$**  можно определить по формуле:

$$\mu = \frac{\hbar^2}{8m} \left( \frac{3n}{\pi} \right)^{2/3},$$

**энергию электронного газа в металле при  $kT \ll \mu$**  - по формуле:

$$U = \frac{3}{5} n \mu \left[ 1 + \frac{5\pi^2}{12} \left( \frac{kT}{\mu} \right)^2 \right],$$

**а молярную теплоемкость электронного газа** – по формуле:

$$C = R \pi^2 \left( \frac{kT}{2\mu} \right).$$

**Закон Дюлонга и Пти** – это эмпирический закон, согласно которому молярная теплоемкость химически простых твердых тел равна  $3R$ .

**Фонон** – это квазичастица, т.е. квант поля колебаний кристаллической решетки.

**Энергию и квазиимпульс фонона можно рассчитать** по формулам:

$$E = \hbar \omega = \hbar \omega, \\ \vec{p} = \hbar \vec{k},$$

где  $\vec{k}$  - волновой вектор, соответствующей волны нормальных колебаний решетки.

**Скорость фонона** равна групповой скорости звуковых волн в кристалле:

$$\vec{v}(\vec{k}) = \frac{\partial \omega(\vec{k})}{\partial \vec{k}}$$

**Молярная внутренняя энергия кристалла по Дебаю** определяется соотношением:

$$U = U_0 + 9RT \left( \frac{T}{T_D} \right)^3 \int_0^{x_m} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}.$$

где  $U_0 = \frac{3}{4} RT_D$  - нулевая энергия кристалла,  $x = \hbar \nu / kT$ ,  $x_m = \hbar \nu_m / kT = T_D / T$ ,  $T_D = \hbar \nu_m / k$  - характеристическая температура по Дебаю,  $\nu_m$  - максимальная частота колебаний решетки.

**Молярную теплоемкость кристалла по Дебаю** можно рассчитать по формуле:

$$C = 9T \left( \frac{T}{T_D} \right)^3 \int_0^{x_m} \frac{e^x x^3 dx}{(e^x - 1)^2}.$$

При  $T \gg T_D$  ( $x_m \ll 1$ )  $C = 3R$ , при  $T \ll T_D$   $C = 233,3 R (T/T_D)^3$ .

## 5.4. Элементы физики атомного ядра

В ядерной физике изучается субатомная структура материи в масштабах  $r < 10^{-10}$  м. В этой области физики вещество встречается в форме атомных ядер и элементарных частиц.

**Ядро** – это центральная часть атома, в которой сосредоточена практически вся масса атома (более 99,95%) и его положительный заряд. Размеры ядра  $\sim 10^{-15}$  м.

Атомное ядро состоит из элементарных частиц – протонов и нейтронов, которые в ядре являются двумя состояниями одной частицы – нуклона. Заряд протона  $q_p = |e| = 1,602 \cdot 10^{-19}$  Кл, масса протона  $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$  кг. Нейтрон не имеет электрического заряда:  $q_n = 0$ . Масса нейтрона  $m_n = 1,672 \cdot 10^{-27}$  кг.

**Зарядовое число  $Z$**  (атомный номер) соответствует числу протонов в ядре.

**Массовое число  $A$**  – это общее число нуклонов в ядре,  $A = Z + N$ , где  $N$  – число нейтронов в ядре.

**Заряд ядра** рассчитывают по формуле:  $Ze$ , где  $e$  – заряд протона.

**Обозначение ядра химического элемента** имеет вид:  ${}^A_Z X$ .

**Изотопы** – это ядра с одним и тем же  $Z$  и разными  $A$  (например,  ${}^1_1\text{H}$  (протий),  ${}^2_1\text{H}$  (дейтерий),  ${}^3_1\text{H}$  (тритий)); **изобары** – это ядра с одинаковым  $A$  и разными  $Z$  (например,  ${}^{40}_{18}\text{Ar}$ ,  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ).

**Радиус ядра** определяется эмпирической формулой

$$R = R_0 A^{1/3}, \text{ где } R_0 = (1,3 \div 1,7) \cdot 10^{-15} \text{ м.}$$

**Энергия связи ядра** – это количественная характеристика действия ядерных сил, равная наименьшей энергии, которую надо сообщить ядру, чтобы разделить на составляющие его нуклоны. Ее можно рассчитать по формуле:

$$E_{св} = (Zm_p + Nm_n - M_{я}) c^2.$$

**Дефект массы** – это величина, на которую уменьшается масса всех нуклонов при образовании ядра:

$$\Delta m = E_{св} / c^2,$$

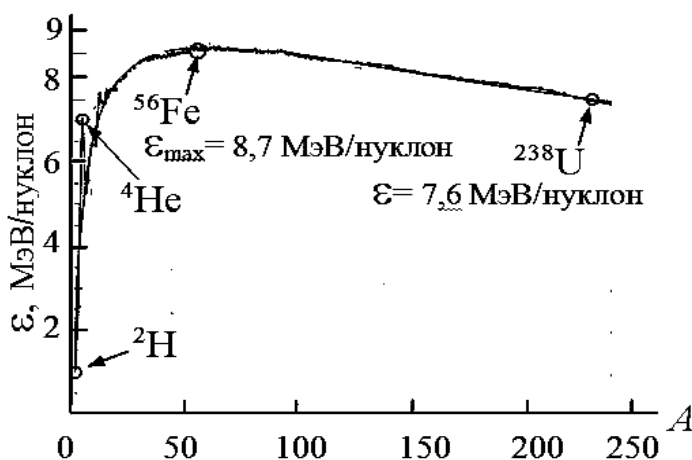
**Удельная энергия связи** – это энергия связи, приходящаяся на один нуклон. Она является характеристикой устойчивости ядра и определяется по формуле:

$$\varepsilon_{св} = E_{св} / A.$$

Чем больше  $\varepsilon_{св}$ , тем прочнее ядро. Наиболее устойчивы ядра средней части Периодической таблицы (рис.5.22). **Спин ядра** – это собственный момент импульса ядра:

$$L = \sqrt{I(I+1)}\hbar,$$

где  $I$  – внутренне (полное) спиновое квантовое число. Спин ядра может быть как целым, так и полуцелым.



**Собственный магнитный момент атомного ядра** пропорционален спину. По порядку величины магнитные моменты ядер сравнимы с **ядерным магнетоном**,  $\mu_{я} =$

$e\hbar/2m_p = 5,0508 \cdot 10^{-27}$  Дж/Тл,  $\mu = g\mu_{\text{я}}$ , где  $g \sim 1$ ,  $J$  – магнитное спиновое квантовое число, не превышающее значение  $9/2$ . Магнитный момент протона равен  $\mu_p = 2,79\mu_{\text{я}}$ . Магнитный момент нейтрона  $\mu_n = -1,91\mu_{\text{я}}$ , т.е. ориентирован против его спина. Ядерный магнетон в 1836 раз меньше магнетона Бора, поэтому магнитные свойства атомов определяются в основном магнитными свойствами его электронов.

Нуклоны в ядре связаны так называемыми **ядерными силами**. Свойства ядерных сил:

- 1) ядерное взаимодействие самое сильное в природе;
- 2) действие ядерных сил проявляется на расстояниях  $r < 10^{-15}$  м;
- 3) на расстояниях порядка  $10^{-15}$  м ядерные силы являются силами притяжения, на гораздо меньших расстояниях – силами отталкивания;
- 4) взаимодействие между нуклонами не зависит от наличия у них электрического заряда;
- 5) ядерные силы обладают свойством насыщения, т.е. каждый нуклон взаимодействует с ограниченным числом соседних нуклонов;
- б) ядерные силы не являются центральными, что проявляется в зависимости их от ориентации спинов нуклонов;

В теории атомного ядра используется большое число **моделей**, применяемых для описания того или иного круга явлений.

*Капельная модель* представляет ядро как каплю заряженной жидкости. Эта модель описывает зависимость усредненной энергии связи ядер от чисел  $Z$  и  $A$ , форму большинства ядер, колебания поверхности ядер и дает качественное объяснение процессов деления атомных ядер.

Согласно *оболочечной модели* каждый нуклон движется в самосогласованном поле остальных нуклонов, в котором потенциальная энергия каждого нуклона имеет форму потенциальной ямы. Дискретные энергетические уровни группируются в оболочки, заполняемые согласно принципу Паули. Эта модель дала критерии устойчивости ядер, объяснила спины и магнитные моменты ядер, периодичность изменений их свойств.

В *обобщенной модели* объясняется форма ядер, вращательные и колебательные уровни энергии. Сильно возбужденные ядра рассматриваются в *статистической модели*, отождествляющей ядро с ферми-газом. *Оптическая модель* представляет ядро как сплошную среду, преломляющую, отражающую и поглощающую дебройлевские волны, что позволяет объяснить взаимодействие ядер с налетающими частицами.

**Радиоактивность** – это самопроизвольное превращение неустойчивых ядер одного химического элемента в ядра другого элемента, сопровождающееся испусканием некоторых частиц. Радиоактивное ядро называют материнским, ядро, образовавшееся в результате распада – дочерним.

*Естественная радиоактивность* наблюдается у существующих в природе неустойчивых изотопов. *Искусственная радиоактивность* – это радиоактивность изотопов, полученных в результате ядерных реакций.

Основными типами радиоактивности являются  $\alpha$ - и  $\beta$ -распады и  $\gamma$ -активность ядер.

**Закон радиоактивного распада** записывается в виде:

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t),$$

где  $N_0$  – число нераспавшихся ядер в момент времени  $t = 0$ ,  $N(t)$  – число нераспавшихся ядер в момент времени  $t$ ,  $\lambda$  – постоянная распада, величина, характерная для радиоактивного вещества.

**Активность нуклида** – это величина, равная числу ядер, распавшихся в единицу времени, т.е.:

$$|dN/dt| = \lambda N.$$

**Период полураспада** – это время, за которое число радиоактивных ядер уменьшится вдвое. Период полураспада можно определить по формуле:

$$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda.$$

**Среднее время жизни** радиоактивного ядра определяется по соотношению:  $\tau = 1/\lambda$ .

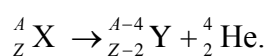
**Правила смещения** позволяют предсказать, какое ядро образуется в результате распада материнского ядра. Правила смещения отражают закон сохранения числа нуклонов и закон сохранения электрического заряда. Например,

$$\text{для } \alpha\text{-распада: } A_Y = A_X - 4; \quad Z_Y = Z_X - 2;$$

$$\text{для } \beta^- \text{- распада: } A_Y = A_X; \quad Z_Y = Z_X + 1;$$

$$\text{для } \beta^+ \text{- распада: } A_Y = A_X; \quad Z_Y = Z_X - 1.$$

**Альфа-распад** – это испускание ядром  $\alpha$ - частицы, т.е. ядра ( ${}^4_2\text{He}$ ):

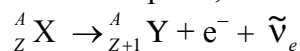


Альфа-распад характерен для тяжелых ядер ( $Z \geq 82$ ). Периоды полураспада  $\alpha$ -активных ядер варьируются в широких пределах. У изотопа свинца  ${}^{204}_{82}\text{Pb} T_{1/2} = 1,4 \cdot 10^{17}$  лет, у изотопа радона  ${}^{215}_{86}\text{Rn} T_{1/2} = 10^{-6}$  с. Энергии  $\alpha$ -частиц заключены в пределах  $4 \div 9$  МэВ. Энергетический спектр  $\alpha$ -частиц дискретен, что свидетельствует о наличии у атомных ядер дискретных уровней энергии.

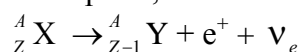
Альфа-распад происходит в результате туннельного прохождения  $\alpha$ -частицей через кулоновский потенциальный барьер, ограничивающий потенциальную яму ( в пределах ядра), обусловленную ядерными силами.

**Бета-распад** бывает:

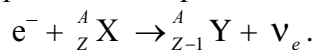
**электронный ( $\beta^-$ )-распад** – это испускание ядром электрона и электрически нейтральную частицу электронное антинейтрино, т.е.:



**позитронный ( $\beta^+$ )-распад** – это испускание ядром позитрона и электрически нейтральную частицу электронное нейтрино, т.е.:



**К-захват** – это поглощение ядром одного из электронов атомной оболочки (обычно К-оболочки) с испусканием *электронного нейтрино, т. е.:*



Бета-активность наблюдается при всех значениях массового числа  $A$ .

Бета-распад – это *внутриядерный* процесс, вызываемый *слабым взаимодействием*:



Энергетический спектр электронов, испускаемых при  $\beta$ -распаде является непрерывным и имеет верхнюю границу  $E_{\max}$  (рис.5.23). Это распределение существует из-за того, что при  $\beta$ -распаде из ядра вылетают *две* частицы, между которыми распределяется энергия.

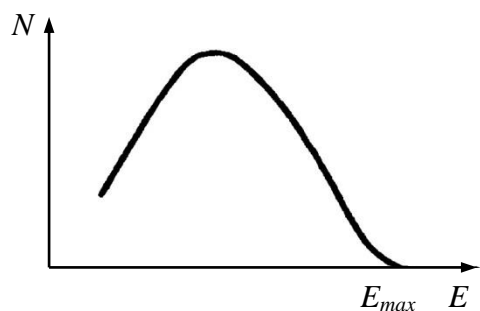


Рис.5.23

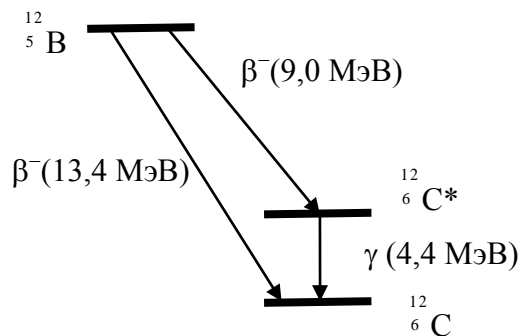
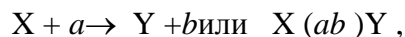


Рис.5.24

**Гамма-излучение** – это жесткое электромагнитное излучение, возникающее при переходах возбужденных ядер в менее возбужденные состояния (рис.5.24). Гамма-излучение сопровождает процессы  $\alpha$ - и  $\beta$ -распадов и не вызывает изменения у ядер зарядового и массового чисел. Спектр  $\gamma$ -излучения дискретен вследствие дискретности энергетического спектра внутриядерного движения

**Ядерные реакции** – это превращения атомных ядер при взаимодействии друг с другом или с элементарными частицами:



где  $X, Y$  – исходное и конечное ядра,  $a, b$  – бомбардирующая и испускаемая (испускаемые) в реакции частицы.

В любой ядерной реакции выполняются законы сохранения электрических зарядов и массовых чисел, а именно: сумма зарядов (массовых чисел) частиц, вступающих в реакцию равна сумме зарядов (массовых чисел) продуктов реакции. Выполняются также законы сохранения энергии, импульса и момента импульса. Использование законов сохранения при изучении ядерных реакций позволяет получать информацию даже при неизвестном механизме реакции.

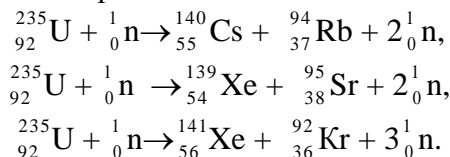
Ядерные реакции могут быть экзотермическими (с выделением энергии) и эндотермическими (с поглощением энергии). Энергия, выделяющаяся в результате реакции, рассчитывается по формуле

$$Q = (m'_1 + m'_2 + \dots + m'_n)c^2 - (m_1 + m_2)c^2,$$

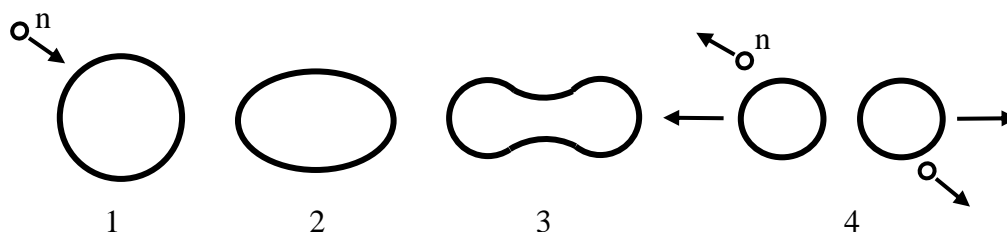
где  $m_1, m_2, \dots; m'_i$  – массы исходных частиц и частиц – продуктов реакции.

**Реакция деления ядра** – это деление тяжелого ядра на несколько более легких ядер (осколков), близких по массе (рис.5.25).

Деление вызывается бомбардировкой нейтронов, которые могут легко проникать в ядро ввиду отсутствия кулоновских сил отталкивания. Примерами деления ядра под действием нейтронов являются реакции:



Под действием облучения с энергией нейтронов  $E > 100$  МэВ делятся все ядра. Тяжелые ядра способны к делению, если  $Z^2/A \geq 17$ . Это условие выполняется для серебра  ${}^{108}_{47}\text{Ag}$  ( $Z^2/A \approx 20$ ). При  $Z^2/A > 49$  ( $A > 385, Z > 138$ ) ядро абсолютно неустойчиво к делению. При  $Z^2/A < 49$  возможно спонтанное деление ядра, происходящее аналогично  $\alpha$ -распаду за счет туннельного эффекта.





**Цепная ядерная реакция** – это последовательность единичных ядерных реакций, в которых частицы, вызывающие реакцию, образуются как продукт реакции на предыдущем шаге последовательности.

**Ядерный реактор** представляет собой устройство, в котором осуществляется управляемая цепная ядерная реакция, сопровождающаяся выделением энергии. В качестве ядерного горючего используется изотоп  ${}_{92}^{235}\text{U}$  а также получаемые искусственно изотопы  ${}_{92}^{233}\text{U}$  и  ${}_{94}^{239}\text{Pu}$ . Ядра этих изотопов делятся нейтронами *всех* энергий, в том числе и *тепловыми*, энергия которых порядка  $kT$  (при комнатной температуре  $\sim 0,025$  эВ). Ядра  ${}_{92}^{238}\text{U}$  и  ${}_{90}^{232}\text{Th}$  делятся только *быстрыми* нейтронами с энергией  $E > 1$  МэВ.

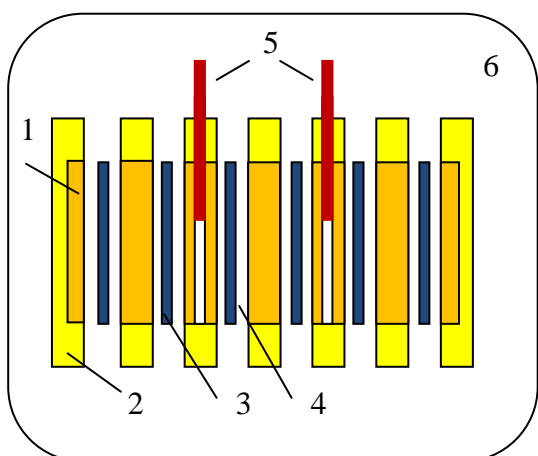
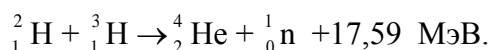
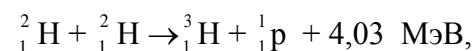
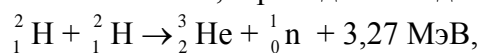


Рис.5.26

Для удержания нейтронов в активной зоне используют отражатели из веществ, слабо поглощающих нейтроны (графит, бериллий). Для замедления возникающих в реакции деления быстрых нейтронов используются вещества, состоящие из легких ядер (графит, тяжелая вода). Регулировка реакции в реакторе на тепловых нейтронах осуществляется передвижением в активной зоне стержней из веществ, сильно поглощающих нейтроны (кадмий, карбид бора). Отвод тепла, из

активной зоны осуществляется теплоносителем (водой, воздухом и т.д.). Для защиты от потоков нейтронов и  $\gamma$ -квантов используется бетон с железным наполнителем и соединениями бора. На рис.5.26 представлена схема активной зоны гетерогенного реактора (1 - замедлитель, 2- отражатель, 3- тепловыделяющий элемент, 4 - канал охлаждения, 5- регулирующие стержни, 6 – защитное устройство).

**Реакции синтеза атомных ядер** – это образование из легких ядер более тяжелых. Синтез легких ядер, как и деление тяжелых, приводит к выделению энергии, например:



Получение этой энергии в макроскопических масштабах удалось получить только в неуправляемой форме – в термоядерном оружии. Проблема управляемого ядерного синтеза разрабатывается с середины 20 в. усилиями ряда стран.

### 5.5. Элементарные частицы.

Строгое определение понятия элементарных частиц представляется затруднительным. Можно считать элементарными частицы, которые не имеют внутренней структуры. Однако, у большинства частиц, считавшихся элементарными (нуклонов,  $\pi$ - мезонов) структура установлена. В настоящее время к элементарным частицам относят все микро-частицы, отличные от атомов и атомных ядер. Общее число элементарных частиц при-



ближается к 400, большинство из них нестабильно, и они могут превращаться друг в друга.

Установлено существование четырех типов **фундаментальных взаимодействий**: *сильного, электромагнитного, слабого и гравитационного*.

*Сильное взаимодействие* обеспечивает связь нуклонов в ядре и вызывает рождение новых частиц при столкновениях частиц с высокими энергиями. Частицы, способные к сильным взаимодействиям, называют *адронами*. Радиус действия сильного взаимодействия порядка  $10^{-15}$  м.

*Электромагнитное взаимодействие* – это взаимодействие зарядов, осуществляется через электромагнитное поле и обуславливает существование атомов и молекул.

*Слабое взаимодействие*, как и сильное, является короткодействующим. Это взаимодействие ответственно за  $\beta$ -распад ядер, элементарных частиц и процессы взаимодействия нейтронов с веществом.

*Гравитационное взаимодействие* свойственно всем телам Вселенной. Силы гравитации имеют неограниченный радиус действия и всегда являются силами притяжения. Эти силы возрастают с увеличением размеров и массы тел, обуславливая существование звезд планетных систем и т.д. В процессах микромира на расстояниях  $> 10^{-33}$  м гравитационное взаимодействие ощутимой роли не играет.

**Классификация элементарных частиц** возможна по разным признакам. По величине спина элементарные частицы делятся на бозоны, т.е. частицы с целочисленным спином (фотоны, глюоны, мезоны, бозон Хиггса) и фермионы, т.е. частицы с полуцелым спином ( электрон, протон, нейтрон, нейтрино).

По виду структуры различают:

1) Составные частицы – это адроны, участвующие во *всех* видах фундаментальных взаимодействий. Они состоят из кварков и делятся на мезоны, т.е. адроны с целочисленным спином и барионы, т.е. адроны с полуцелым спином ( в том числе и частицы, составляющие ядро атома, - протон и нейтрон). За исключением протона все барионы нестабильны.

2) Фундаментальные (бесструктурные) частицы – это лептоны - фермионы, не участвующие в сильных взаимодействиях. Известны 6 типов лептонов: электроны, ( $e^-$ ), мюоны ( $\mu^-$ ), таоны ( $\tau^-$ ), электронные ( $\nu_e$ ), мюонные ( $\nu_\mu$ ) и тау-нейтрино ( $\nu_\tau$ ), а также соответствующие античастицы.

кварки - дробнозарядные частицы, входящие в состав адронов, участвующие в сильных взаимодействиях и не встречающиеся в свободном состоянии.

Таблица.5.2

кварк	заряд, ед. $e$	спин, ед. $\hbar$	Барионное число
$u$ ( $up$ – верхний)	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$d$ ( $down$ – нижний)	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$c$ ( $charm$ - очарованный)	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$s$ ( $strange$ – странный),	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$b$ ( $beauty$ – красивый),	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$t$ ( $true$ – истинный).	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$

калибровочные бозоны – это частицы, посредством обмена которыми осуществляется взаимодействие (фотон – переносчик электромагнитного взаимодействия, 8 глюонов – переносчиков сильного взаимодействия, промежуточные векторные бозоны  $W^+$ ,  $W^-$  и  $Z^0$ , обеспечивающие слабое взаимодействие, гравитон – гипотетическая частица, переносящая гравитационное взаимодействие).

Адроны и лептоны образуют вещество, калибровочные бозоны, в том числе и бозон Хиггса, - кванты различных типов полей.

В зависимости от времени жизни частицы делят на стабильные частицы, имеющие относительно большое время жизни, и нестабильные. К стабильным частицам относят частицы, участвующие в слабом или электромагнитном взаимодействии. К нестабильным частицам (*резонансам*) относят частицы, распадающиеся при сильном взаимодействии. Характерное время жизни резонансов –  $10^{-23}$ – $10^{-24}$  с.

Считается, что сильное взаимодействие между кварками переносится *глюонами*- безмассовыми частицами со спином, равным единице. Теорию сильного взаимодействия кварков и глюонов называют *квантовой хромодинамикой*.

**Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»  
в г. Смоленске**

**Лабораторный практикум  
по дисциплине**

**ФИЗИКА**

---

(НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

**Смоленск – 2021 г.**

## 1. Цели лабораторного практикума

Лабораторный практикум по дисциплине «Физика» служит для практического подкрепления лекционного материала и привития навыков работы с лабораторным оборудованием и обработки результатов эксперимента.

Лабораторные занятия по дисциплине проводятся

- 1) в лаборатории «Механика и молекулярная физика» (ауд. А-219), оснащенной 16-ю лабораторными стендами;
- 2) в лаборатории «Электричество и магнетизм» (ауд. А-201 и А-217), оснащенной 17-ю лабораторными стендами;
- 3) в лаборатории «Оптика и атомная физика» (ауд. А-215), оснащенной 14-ю лабораторными стендами.

## 2. Методическое обеспечение лабораторного практикума

Лабораторный практикум обеспечен методическими пособиями.

1. Иванов В.Е. Физический практикум. Механика и молекулярная физика./ В.Е. Иванов, В.А. Найденев, Т.В. Широких - Смоленск: РИО филиал ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ», 2017, 76 с.

2. Описания лабораторных работ по физике и методические указания к ним. Электричество и магнетизм./ И. А. Аршиненко, В. Е. Иванов, В. А. Найденев, Г. В. Селищев.- Смоленский филиал ГОУВПО «МЭИ(ТУ)», 2009. - 76 с.

3. Лабораторный практикум по оптике. Учебное пособие по дисциплинам «Физика» и «Основы оптики»./ Беляков М. В., Селищев Г. В., Иванов В. Е., Найденев В. А., Широких Т. В.- РИО филиала МЭИ в г. Смоленске. Смоленск, 2011. - 88с.

4. Селищев Г.В. Физические измерения и их обработка. Методические рекомендации/ Селищев Г.В., Богатырев А.Ф., Иванов В.Е., Широких Т.В.- Смоленск: РИО филиала МЭИ в г. Смоленске, 2014.- 40 с.

Методические указания к каждой лабораторной работе содержат цель работы, необходимые приборы и принадлежности, теоретическую часть, описание установки и метода измерений, задание и указания по обработке результатов измерений.

### Пример методических указаний по выполнению лабораторной работы

#### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРОВ ПОСРЕДСТВОМ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ГАЛЬВАНОМЕТРА**

*Цель работы.* Определение емкости двух конденсаторов и емкости при последовательном и параллельном их соединении.

*Приборы и принадлежности.* Лабораторный модуль, баллистический гальванометр, вольтметр, источник питания.

### **I. Теоретическое введение**

Емкостью конденсатора называется физическая величина, измеряемая отношением его заряда  $q$  к разности потенциалов (напряжению) между обкладками

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}. \quad (1)$$

Для определения заряда конденсатора в настоящей работе используется баллистический гальванометр. Такой гальванометр позволяет измерить заряд, протекающий по цепи за промежуток времени  $\tau$ , малый по сравнению с периодом  $T$  собственных колебаний рамки гальванометра. Баллистический гальванометр отличается от обычного гальванометра магнитоэлектрической системы тем, что его рамка обладает большим моментом инерции  $I$ . Кратковременный импульс тока действует на рамку гальванометра подобно удару. Во время протекания тока рамка гальванометра находится практически только под действием вращающего момента  $M$  сил, действующих на нее со стороны магнитного поля

$$M = iNSB = ki, \quad (2)$$

где  $i$  - мгновенное значение тока,  $N$  - число витков рамки,  $S$  - ее площадь,  $B$  - индукция магнитного поля в зазоре, в котором находится рамка прибора.

По основному закону динамики вращательного движения

$$I \frac{d\omega}{dt} = ki, \quad (3)$$

где  $\omega$  - угловая скорость рамки.

Проинтегрировав уравнение (3), получим

$$I \int_0^{\omega} d\omega = \int_0^{\tau} i dt$$

или 
$$I\omega_0 = kq, \quad (4)$$

где  $\omega_0$  - угловая скорость, которую приобрела рамка к моменту прекращения тока;

$q = \int_0^{\tau} i dt$  - заряд, прошедший через рамку.

Из формулы (4)

$$q = \frac{I}{k} \omega_0. \quad (5)$$

Вращение рамки продолжается до тех пор, пока вся приобретенная ею за время протекания тока кинетическая энергия не перейдет в потенциальную энергию закрученной нити подвеса, т.е.

$$\frac{I\omega_0^2}{2} = \frac{D\varphi^2}{2}, \quad (6)$$

где  $D$  - постоянная кручения нити подвеса,  $\varphi$  - угол первого отклонения (‘‘ баллистического отброса ’’) рамки.

Исключая из уравнений (5) и (6)  $\omega_0$ , получим

$$q = \frac{\sqrt{ID}}{k} \varphi. \quad (7)$$

На опыте обычно измеряют отброс светового ‘‘зайчика’’, отраженного от зеркальца, связанного с рамкой гальванометра.

Так как смещение светового зайчика  $n$  (в мм) гораздо меньше расстояния  $d$  от зеркальца до шкалы ( $n \ll d$ ), то угол первого отклонения рамки  $\varphi$  легко найти (рис.24.1)

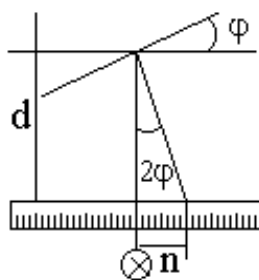


Рис.24.1

$$2\varphi \sim \operatorname{tg} 2\varphi = \frac{n}{d},$$

откуда 
$$\varphi = \frac{n}{2d}, \quad (8)$$

тогда 
$$q = \frac{\sqrt{ID}}{2dk} n$$

или 
$$q = C_B \cdot n, \quad (9)$$

где  $C_B$  - баллистическая постоянная прибора, численно равная заряду, вызывающему первый отброс зайчика на одно деление шкалы.

## II. Описание установки и метода измерений

Для определения емкости конденсаторов пользуются схемой, изображенной на

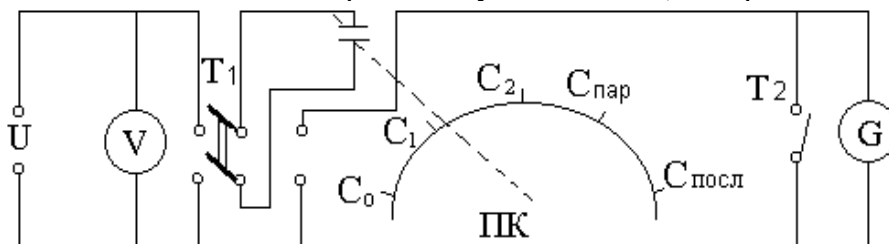


рис.24.2

Рис.24.2

Регулятором напряжения источника питания устанавливают какое-либо определенное напряжение  $U$ , измеряемое вольтметром  $V$ .

Когда переключатель  $T_1$  установлен в положение 1, происходит зарядка конденсатора  $C$ . Если переключатель  $T_1$  установлен в положение 2, конденсатор разряжается через гальванометр  $G$ .

Ключ  $T_2$ , включенный параллельно гальванометру, служит для быстрого успокоения колебаний рамки гальванометра (демпфирования). При замыкании ключа  $T_2$  индукционные токи, возникающие в рамке, взаимодействуют с магнитным полем, что приводит к быстрому электромагнитному торможению последней.

Ключ  $T_2$  замыкают в тот момент, когда рамка в процессе колебаний проходит через положение равновесия, т.е. когда световой зайчик переходит через нуль шкалы.

Из формул (1) и (9) следует

$$C = \frac{C_B \cdot n}{U}. \quad (10)$$

Таким образом, по измеренным отбросу светового зайчика и напряжению на конденсаторе  $U$  можно вычислить емкость  $C$ , если известна баллистическая постоянная гальванометра  $C_B$ .

Для относительного точного определения  $C_B$  гальванометр в начале работы градуируют, измеряя отклонения  $n$  при разрядке эталонного конденсатора  $C_0$ . Строят градуировочную кривую, откладывая по оси ординат заряд  $q = C_0 U$ , а по оси абсцисс - отклонение  $n$ . Баллистическую постоянную  $C_B$  определяют как тангенс угла наклона графика  $q = f(n)$  к оси абсцисс.

### III. Порядок выполнения работы

1. Собирают схему (рис.24.2), включая эталонный конденсатор  $C_0$ .
2. Устанавливают потенциометром напряжение, указанное на установке. Переключатель  $T_1$  ставят в положение 1, при котором конденсатор заряжается.
3. Переводят переключатель  $T_1$  в положение 2 для разрядки конденсатора. Измеряют отклонение зайчика по шкале. Если оно оказывается малым, то увеличивают напряжение так, чтобы отклонение составляло 50-60 делений шкалы гальванометра.
4. Вновь заряжают конденсатор и разряжают его через гальванометр. Величины  $U$  и  $n$  записывают в таблицу 1.
5. Уменьшают напряжение примерно на 10 % и вновь проводят опыт. Таких измерений делают не менее десяти, каждый раз уменьшая напряжение на равную величину. Результаты заносят в таблицу 1.
6. Заменяют эталонный конденсатор неизвестным, проводят измерения при таком напряжении на конденсаторе, чтобы отклонение зайчика по шкале не выходило за пределы тех, которые были получены при градуировке (около 40-50 делений). Опыт продлеваю три раза.
7. Заменяют первый конденсатор неизвестной емкости вторым и проводят с ним аналогичные измерения.
8. Проводят измерения с обоими конденсаторами, включая их сначала параллельно, а затем последовательно. Наблюдение отклонения зайчика гальванометра при разрядке конденсаторов, соединенных параллельно, необходимо проводить после зарядки их небольшими напряжениями. Если при этом отклонение оказывается небольшим, то напряжение постепенно увеличивают, добиваясь больших отклонений, но не превышающих градуировочных. Результаты заносят в таблицу 2.

### IV. Обработка результатов измерений

1. По данным измерений с эталонным конденсатором определяют величину заряда, соответствующую каждому отклонению зайчика гальванометра, а затем строят градуировочную кривую. Из графика  $q = f(n)$  определяют  $C_B$ , как тангенс угла наклона.
2. Зная отклонения  $n$ , полученные с конденсаторами неизвестной емкости, находят каждое значение  $C$  по формуле (10).
3. Для проверки результатов измерений сравнивают величины емкостей конденсаторов  $C'$  и  $C''$  при параллельном и последовательном соединении, найденные из опыта, со значениями  $C'_p$  и  $C''_p$ , рассчитанными по формулам

$$C'_p = C_1 + C_2, \quad C''_p = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$



Результаты эксперимента студенты заносят в протокол, в котором указывается цель работы, используемое оборудование, характеристики измерительных приборов. Результаты эксперимента оформляются в виде таблиц и графиков, выполняются необходимые расчеты и делаются выводы по работе

### Пример протокола по лабораторной работе

Филиал ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ»  
в г. Смоленске

кафедра физики

Лабораторная работа № 24

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРОВ ПОСРЕДСТВОМ БАЛЛИСТИЧЕСКОГО ГАЛЬВАНОМЕТРА

Преподаватель: \_\_\_\_\_

Группа: \_\_\_\_\_

Бригада: \_\_\_\_\_

Студент: \_\_\_\_\_

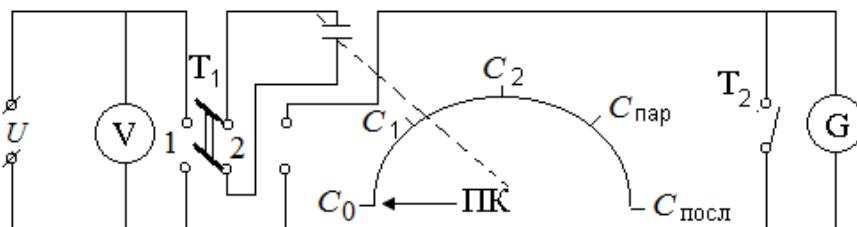
к защите:

*Цель работы:*

Определение емкости двух конденсаторов и емкости при последовательном и параллельном соединении.

*Приборы и принадлежности:*

Баллистический гальванометр, вольтметр, источник питания, лабораторный модуль.



Расчетные формулы:

$$C = C_B \frac{n}{U};$$

$$C_{ПАР}^P = C_1 + C_2;$$

$$C_{ПОСЛ}^P = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Рис.1 Принципиальная схема экспериментальной установки

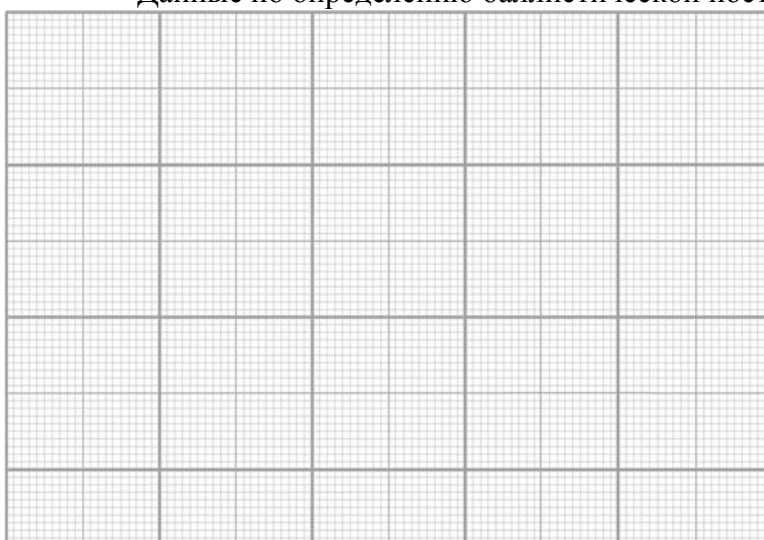
Таблица 1

Технические характеристики измерительных приборов

Название и № прибора	Система	Класс точности	Пределы измерений	Цена деления	Род измеряемого тока
гальванометр					
вольтметр					

Таблица 2

Данные по определению баллистической постоянной гальванометра  $C_B$



U, В	n, мм	q, мкКл

Рис.2. Градуировочный график баллистического гальванометра

$$C_B \text{ (по графику)} = \frac{\text{мкКл}}{\text{мм}}.$$

$$C_0 = 0,67 \text{ мкФ}$$

Таблица 3

Результаты эксперимента

	№ опыта	$U, В$	$n, мм$	$C, мкФ$	$C_{ср}, мкФ$	$C_{РАСЧ}, мкФ$
$C_1$	1					X
	2					
	3					
$C_2$	1					X
	2					
	3					
Параллельное соединение $C_{ПАР}$	1					
	2					
	3					
Последовательное соединение $C_{ПОСЛ}'$	1					
	2					
	3					

Выводы:

### 3. Перечень лабораторных работ

*Лабораторные работы по разделу «Механика и молекулярная физика»*

1. Изучение методов прямых и косвенных измерений и обработка их результатов
2. Изучение методов обработки результатов прямых многократных измерений
3. Изучение динамики вращающейся системы тел
4. Определение момента инерции вращающейся системы тел
5. Изучение колебаний математического маятника
6. Изучение колебаний физического маятника
7. Определение момента инерции колеса методом колебаний
8. Определение момента инерции и проверка теоремы Штейнера при помощи трифилярного подвеса.
9. Определение массы моля воздуха
10. Проверка закона Бойля-Мариотта и Дальтона
11. Определение отношения молярных теплоемкостей
12. Определение коэффициента внутреннего трения вязкой жидкости
13. Определение коэффициента внутреннего трения и средней длины свободного пробега молекул воздуха
14. Изучение собственных колебаний струны методом резонанса
15. Определение скорости звука в воздухе и отношения молярных теплоемкостей для воздуха методом стоячих волн
16. Определение коэффициента теплопроводности воздуха методом нагретой нити

*Лабораторные работы по разделу «Электричество и магнетизм»:*

1. Изучение зависимости мощности источника тока от сопротивления нагрузки
2. Экспериментальное изучение обобщенного закона Ома
3. Определение емкости конденсаторов посредством баллистического гальванометра

4. Изучение процессов зарядки и разрядки конденсатора
5. Изучение характеристик вакуумного диода и проверка закона «трех вторых»
6. Исследование магнитного поля соленоида
7. Исследование магнитной индукции в железе баллистическим методом
8. Определение отношения заряда электрона к его массе методом отклонения в магнитном поле
9. Изучение электронного осциллографа
10. Изучение эффекта Холла
11. Снятие резонансной кривой колебательного контура и определение его добротности
12. Его добротности
13. Изучение релаксационных колебаний в схеме с неоновой лампой
14. Измерение сопротивления резисторов с помощью закона Ома
15. Изучение явления термоэлектронной эмиссии и определение работы выхода электрона
16. Изучение закона Ома для цепей переменного тока
17. Определение отношения заряда электрона к его массе методом отклонения в электрическом поле

*Лабораторные работы по разделу «Оптика и атомная физика»*

1. Определение световой волны с помощью бипризмы Френеля
2. Определение длины световой волны с помощью колец Ньютона
3. Исследование зависимости показателя преломления воздуха от давления с помощью интерферометра Релея
4. Определение длины световой волны методом дифракции от одной щели
5. Определение длины световой волны при помощи дифракционной решетки
6. Изучение законов поляризации света
7. Исследование дисперсии стеклянной призмы
8. Изучение дисперсии
9. Исследование теплового излучения
10. Измерение высоких температур с помощью оптического пирометра
11. Изучение основных законов внешнего фотоэффекта
12. Внешний фотоэффект
13. Изучение спектра водорода
14. Изучение параметров лазерного излучения

Каждая лабораторная работа защищается студентом индивидуально. Для этого разработаны карточки, содержащие 5 вопросов по материалам данной лабораторной работы.

**Пример карточки по защите лабораторной работы  
«Изучение колебаний математического маятника»**

1. Математический маятник совершает колебания по закону  $\alpha = 0,10 \sin(5,0 t + \pi/6)$  (рад). Во сколько раз отличаются отклонения маятника от положения равновесия спустя 4,00 и 4,25 периода колебаний.
2. Найти отношение периода колебаний маятника с амплитудой  $\alpha_{02} = 60^\circ$  к периоду с  $\alpha_{01} = 5^\circ$ .
3. Определите частоту колебаний математического маятника длиной 0,58 м.
4. Математический маятник совершает колебания по закону  $\alpha = 0,10 \sin(5,0 t + \pi/6)$  (рад). Какова фаза колебаний при  $t = 0$ ?
5. Зависит ли период колебаний математического маятника от массы груза?

**Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»  
в г. Смоленске**

**Методические рекомендации к практическим занятиям  
по дисциплине**

**ФИЗИКА**

---

(НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

**Смоленск – 2021 г.**

## 1. Цели и задачи, объем практических занятий по дисциплине

Цель практических занятий по дисциплине «Физика» – закрепление лекционного материала дисциплины, обучение студентов практической стороне компетенций, закрепленных за дисциплиной.

Для достижения поставленной цели на практических занятиях студенты решают задачи из учебно-методических пособий:

1. Иванов В.Е. Задачи по физическим основам механики, молекулярно-кинетической теории и термодинамики; задачник./В.Е.Иванов, Г.В.Селищев, Т.В.Широких- Смоленск: РИО филиала ГОУВПО «МЭИ(ТУ)» в г. Смоленске, 2016.-48 с.

2. Быков А.А. Физические основы электромагнетизма. Сборник задач; учебно-практическое издание./ А.А. Быков, В.Е. Иванов, В.А. Найденев, Т.В. Широких - Смоленск: РИО филиал ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ», 2018, 99 с.

3. Практические задания по оптике: Учебное пособие по дисциплинам "Физика", «Основы оптики»./ Беляков М.В., Селищев Г. В., Иванов В. Е., Панченко С. В., Широких Т. В.- РИО филиала ГОУ ВПО "МЭИ (ТУ)" в г. Смоленске. Смоленск, 2010. – 92с.

4. Панченко С.В. Атомная и ядерная физика. Сборник заданий; практикум./ С.В., Панченко Г.В. Селищев, Т.В. Широких- Смоленск: РИО филиала ГОУВПО «МЭИ(ТУ)» в г. Смоленске, 2016.-56 с.

5. Широких Т.В. Сборник тестовых заданий по физике: учебно-практическое издание/ Широких Т.В., Иванов В.Е., Селищев Г.В., Найденев В.А., Смоленск: филиал ГОУВПО «МЭИ(ТУ)» в г. Смоленске, 2009, - 88 с.

Объем практических занятий - в соответствии с рабочей программой дисциплины «Физика».

## 2. Задания на практические занятия по дисциплине

Практические занятия по дисциплине проводятся по следующим основным темам:

### 1-й семестр

1. Кинематика
2. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела
3. Закон сохранения импульса
4. Работа. Мощность. Энергия. Закон сохранения энергии
5. Момент инерции. Теорема Штейнера. Кинетическая энергия вращения
6. Момент силы. Уравнение динамики вращательного движения твердого тела.
7. Момент импульса. Закон сохранения момента импульса
8. Контрольная работа по теме «Физические основы механики»
9. Закон Клапейрона-Менделеева. Барометрическая формула
10. Закон Максвелла о распределении молекул идеального газа по скоростям
11. Явления переноса
12. 1-е начало термодинамики и его применение к изопротессам
13. Адиабатический и политропный процессы.
14. Циклы с идеальным газом
15. Контрольная работа по теме «МКТ и термодинамика»
16. Механические колебания и волны
17. Механические колебания и волны

### 3-й семестр

1. Интерференция
2. Дифракция света
3. Поляризация
4. Тепловое излучение
5. Фотоэффект. Давление света
6. Атомная физика
7. Квантовая механика. Уравнения Шредингера
8. Физика атомного ядра

### 3. Технология проведения практических занятий

Алгоритм проведения практических занятий по дисциплине предполагается следующий:

- в первые 10 мин. занятия студенты получают задания (5-7 задач), анализируют исходные данные, записывают математические выражения, делают необходимые рисунки, определяют алгоритм решения задачи;
- один из студентов группы вызывается «к доске» и демонстрирует группе вариант решения задания;
- организуется интерактивное обсуждение результатов;
- в последние 15 минут занятия студенты выполняют тестовые задания по данной теме. Задание содержит 5 тестов из Сборника тестовых заданий по физике: учебно-практическое издание/ Широких Т.В., Иванов В.Е., Селищев Г.В., Найденов В.А., Смоленск: филиал ГОУВПО «МЭИ(ТУ)» в г. Смоленске, 2009, - 88 с.

### 4. Примерные задачи, выносимые на экзамен по дисциплине, по темам практических занятий

#### 1-й семестр

1. Какой логарифмический декремент затухания маятника длиной 0,80 м, если его начальная амплитуда  $5,0^\circ$ , а через 5,0 мин амплитуда равна  $0,5^\circ$ ?
2. В цилиндре под поршнем находится водород массой  $m=0,02$  кг при температуре  $T_1 = 300$  К. Водород начал расширяться адиабатно, увеличив свой объем в пять раз, а затем был сжат изотермически, причем объем уменьшился в пять раз. Найти температуру  $T_2$  в конце адиабатного расширения и работу, совершенную газом. Изобразить процесс графически
3. Идеальный многоатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар, причем наибольшее давление газа в два раза больше наименьшего, а наибольший объем в четыре раза больше наименьшего. Определить термический КПД цикла.
4. Найти молярную массу воздуха, считая, что он состоит из одной части кислорода и трех частей азота ( $m_1:m_2 = 1:3$ ).
5. Колебания материальной точки массой 10 г описываются уравнением (в системе СИ)  $x = 0,10\sin(\pi t/2 + \pi/4)$ . Определить период колебаний, максимальное значение возвращающей силы и полную энергию материальной точки.
6. При адиабатном расширении кислорода с начальной температурой  $T_1 = 320$  К внутренняя энергия уменьшилась на  $\Delta U = 8,4$  кДж, а его объем увеличился в  $n = 10$  раз. Определить массу кислорода.
7. В баллоне вместимостью  $V = 25$  л находится водород при температуре  $T = 290$  К. После того, как часть водорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на  $\Delta p = 0,4$  МПа. Определить массу израсходованного водорода.



8. Какова частота, амплитуда и начальная фаза колебаний, заданных уравнением (в системе СИ)  $S = \sin(630t + 1)$ ?
9. За какое время тело спустится с вершины наклонной плоскости высотой 3,0 м и углом у основания  $60^\circ$ , если максимальный угол у основания наклонной плоскости, при котором тело находится на ней в покое, равен  $30^\circ$ ?
10. Платформа, имеющая форму сплошного однородного диска, может вращаться по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси. На краю платформы стоит человек, масса которого в 3 раза меньше массы платформы. Определите, как и во сколько раз изменится угловая скорость вращения платформы, если человек перейдет ближе к центру на расстояние, равное половине радиуса платформы.
11. Под действием какой силы  $F$  у тела массой  $m = 10,0$  кг при прямолинейном движении изменение пути со временем происходит по закону  $S = A(B - Ct)t$ , где  $A = 10 \text{ с}^{-1}$ ,  $B = 1,0$  м,  $C = 2,0$  м/с. Представить графически зависимость  $v(t)$  и  $a(t)$ .
12. Шарик массой 400 г, летящий горизонтально со скоростью 10 м/с, ударяется о призму массой 2,0 кг, стоящую на идеально гладкой плоскости и после абсолютно упругого удара отскакивает вертикально вверх. Найти скорости шарика и призмы после удара.
13. Шар и цилиндр, изготовленные из одного и того же материала, катятся без скольжения с одинаковой скоростью. Определите, во сколько раз кинетическая энергия шара меньше кинетической энергии сплошного цилиндра.
14. Диск радиусом  $R=24$  см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска. Определить период колебаний такого маятника.
15. Производится калибровка баллистического маятника. Баллистический маятник представляет собой устройство, состоящее из нити длиной 2 м, на которой подвешен небольшой ящик с песком массой 2 кг. Пуля массой 20 г, летящая горизонтально, попадает в ящик и застревает в нем. Определите углы отклонения нити маятника при скоростях пути 200, 300 и 400 м/с.
16. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом  $R = 50$  см намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой  $m = 6,4$  кг. Груз, разматывая нить, опускается с ускорением  $a = 2,0 \text{ м/с}^2$ . Определите: 1) момент инерции  $J$  вала; 2) массу  $m_1$  вала.
17. В центре скамьи Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной  $l = 2,4$  м и массой  $m = 8$  кг, расположенный вертикально по оси вращения скамьи. Скамья с человеком вращается с частотой  $n_1 = 1,0 \text{ с}^{-1}$ . С какой частотой  $n_2$  будет вращаться скамья с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи  $I = 6 \text{ кг м}^2$ .
18. Вычислить момент инерции  $J$  проволочного прямоугольника со стороной  $a = 12$  см и  $b = 16$  см относительно оси, лежащей в плоскости прямоугольника и проходящей через середины малых сторон. Масса равномерно распределена по длине проволоки с линейной плотностью  $\tau = 0,1 \text{ кг м}$ .
19. Уравнение колебаний математического маятника  $x = 2 \sin(2\pi t + \pi/2)$ , где  $x$  измеряется в см. Масса колеблющегося тела 5,0 г. Определите полную механическую энергию колеблющегося тела.
20. Тело массой 2,0 кг абсолютно не упруго ударяется о покоящееся тело массой 3,0 кг. Найти отношение кинетических энергий до и после удара.
21. Тело массой  $m$  совершает гармонические колебания по закону  $x = 0,1 \cos(4\pi t + \pi/4)$ , м. Определите максимальные значения возвращающей силы и кинетической энергии.
22. В баллоне вместимостью  $V = 25$  л находится водород при температуре  $T = 290$  К. После того, как часть водорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на  $\Delta p = 0,4$  МПа. Определить массу израсходованного водорода.

23. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества  $\nu = 1$  моль и находящийся под давлением  $p_1 = 0,1$  МПа при температуре  $T_1 = 300$  К. нагревают при постоянном объеме до давления  $p_2 = 0,2$  МПа. После этого газ изотермически расширился до начального давления и затем изобарно был сжат до начального объема  $V_1$ . Построить график цикла. Определить температуру  $T$  газа для характерных точек цикла и его термический КПД.

24. При изобарическом сжатии азота ( $N_2$ ) совершена работа 12 кДж. Определить затраченное количество теплоты и изменение внутренней энергии газа.

25. Какая часть молекул водорода, находящихся при температуре  $T = 400$  К, обладает скоростями, отличающимися от наиболее вероятной скорости не свыше чем на 5,0 м/с?

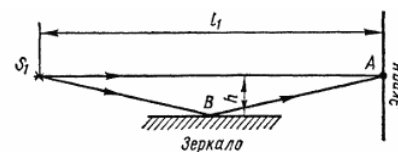
26. При нагревании двухатомного идеального газа ( $\nu=2$ моль) его термодинамическая температура увеличилась в  $n=2$  раза. Определите изменение энтропии, если нагревание происходит 1) изохорно, 2) изобарно.

27. Считая, что давление воздуха у поверхности Земли равно  $10^5$  Па, и считая температуру воздуха равной  $0^\circ\text{C}$  и не изменяющейся с высотой, найти плотность воздуха у поверхности Земли и на высоте 4,0 км.

28. Определите момент инерции  $I$  тонкого однородного стержня длиной  $l = 50$  см и массой  $m = 360$  г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку, отстоящую от конца стержня на  $1/6$  его длины.

### 3- семестр

1. В точку А экрана от источника  $S_1$  монохроматического света длиной волны  $\lambda = 0,5$  мкм приходит два луча: непосредственно от источника луч  $S_1A$ , перпендикулярный экрану, и луч  $S_1BA$ , отраженный в точке В от зеркала, параллельного лучу  $S_1A$  (рис. 1). Расстояние  $l_1$  экрана от источника равно 1 м, расстояние  $h$  от луча  $S_1A$  до плоскости зеркала равно 2 мм. Определить: 1) что будет наблюдаться в точке А экрана — усиление или ослабление интенсивности; 2) как изменится интенсивность в точке А, если на пути луча  $S_1A$  перпендикулярно ему поместить плоскопараллельную пластинку стекла ( $n = 1,55$ ) толщиной  $d = 6$  мкм.



2. Расстояние между двумя когерентными источниками света равно 0,10 мм, расстояние от источников до экрана  $L = 2,00$  м, ширина полос интерференции на экране  $B = 1,0$  см. Определить длину волны света.

3. На пути световой волны, идущей в воздухе, поставили стеклянную ( $n=1,5$ ) пластинку толщиной 1,0 мм. На сколько изменится оптическая длина пути, если волна падает на пластинку: 1) нормально; 2) под углом  $\alpha = 30^\circ$ ?

4. При нормальном падении на дифракционную решетку света с длиной волны  $\lambda = 0,50$  мкм один из максимумов возникает под углом  $\varphi = 21^\circ$ , а наибольший порядок максимума равен пяти. Найти период решетки

5. При нормальном падении света на дифракционную решетку угол дифракции для линии  $\lambda_1 = 0,65$  мкм во втором порядке равен  $45^\circ$ . Найти угол дифракции для линии  $\lambda_2 = 0,50$  мкм в третьем порядке

6. На стеклянный клин нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 0,6$  мкм. В возникшей при этом интерференционной картине на отрезке длиной  $l = 1$  см наблюдается 10 полос. Определить преломляющий угол  $\theta$  клина.

7. На диафрагму с круглым отверстием радиусом  $r = 1$  мм падает нормально параллельный пучок света длиной волны  $\lambda = 0,05$  мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран. Определить максимальное расстояние  $b_{\text{max}}$  от центра отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно.

8. На щель шириной  $a=0,1$  мм нормально падает параллельный пучок света от монохроматического источника ( $\lambda=0,6$  мкм). Определить ширину  $l$  центрального максимума в дифракционной картине, проецируемой с помощью линзы, находящейся непосредственно за щелью, на экран, отстоящий от линзы на расстоянии  $L = 1$  м.

9. Угол максимальной поляризации при отражении света от кристалла каменной соли  $\alpha = 57^{\circ}05'$ . Определить скорость распространения света в этом кристалле.

10. Угол между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен  $45^{\circ}$ . Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через поляризатор? Во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через систему поляризатор-анализатор? Потери на отражение и поглощение света как в поляризатора, так и анализаторе составляют 5 %.

11. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины ( $n = 1,5$ ), погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света образует угол  $\varphi = 97^{\circ}$  с падающим пучком. Определить показатель преломления  $n_{ж}$  жидкости, если отраженный свет полностью поляризован.

12. Найти концентрацию свободных электронов ионосферы, если для радиоволн с частотой  $\nu = 100$  МГц ее показатель преломления  $n = 0,90$ .

13. Энергетическая светимость абсолютно черного тела  $M_{\lambda} = 3,0$  Вт/см<sup>2</sup>. Определить длину волны, отвечающую максимуму испускательной способности этого тела.

14. Электрическая печь потребляет мощность  $N = 500$  Вт. Температура на внутренней поверхности при открытом небольшом отверстии диаметром  $d = 5,0$  см равна  $700^{\circ}\text{C}$ . Какая часть  $\alpha$  потребляемой мощности рассеивается стенками?

15. Определить длину волны, соответствующую максимуму энергии излучения лампы накаливания, потребляющей мощность 10 Вт. Длина нити накала  $l = 15$  см, диаметр  $d = 0,03$  мм. Нить накала излучает как серое тело с коэффициентом поглощения  $A = 0,3$ , а 20% потребляемой энергии передается другим телам вследствие теплопроводности и конвекции.

16. При захвате нейтрона ядром  $\text{Li}^6$  происходит ядерная реакция  $\text{Li}^6 + n \rightarrow \text{T} + \text{He}^4$  в которой выделяется энергия  $Q = 4,8$  МэВ. Найти распределение энергии между продуктами реакции, считая кинетическую энергию исходных частиц пренебрежимо малой.

17. При слиянии дейтрона с ядром  $\text{Li}^6$  происходит ядерная реакция  $\text{Li}^6 + d \rightarrow n + \text{Be}^7$ , в которой выделяется энергия  $Q = 3,37$  МэВ. Считая кинетическую энергию исходных частиц пренебрежимо малой, найти распределение энергии между продуктами реакции.

18. Плоский алюминиевый электрод освещается ультрафиолетовым светом с длиной волны  $\lambda = 8,30 \times 10^{-8}$  м. На какое максимальное расстояние от поверхности электрода может удалиться фотоэлектрон, если вне электрода имеется задерживающее электрическое поле напряженности  $E = 7,5$  В/см? Красная граница фотоэффекта для алюминия соответствует длине волны  $\lambda = 33,2 \times 10^{-8}$  м.

**Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования  
«Национальный исследовательский университет «МЭИ»  
в г. Смоленске**

**Методические рекомендации к расчетно-графической работе  
по дисциплине**

**ФИЗИКА**

---

(НАИМЕНОВАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

**Смоленск – 2021 г.**

## 1. Цели и задачи, объем расчетно-графической работы по дисциплине

Цель расчетно-графической работы по дисциплине «Физика» – закрепление соответствующего лекционного материала дисциплины.

Расчетно-графическая работа выполняется в 1-м и 3-м семестрах. На выполнение каждой расчетно-графической работы предполагается 0,5 з.е., 18 часов (из числа часов, выделяемых в учебном плане на самостоятельную работу студентов).

Темы расчетно-графических работ

1. Физические основы механики. Молекулярно-кинетическая теория. Основы термодинамики.
2. Оптика. Квантовая природа излучения.

## 2. Задание на расчетно-графическую работу по дисциплине

Перечень индивидуальных заданий расчетно-графической работы (в соответствии с номером студента в журнале группы) приведен в таблицах:

**Варианты выполнения РГР по физике, ч.1**

вариант	№ задания					
1	1.1	2.2	3.3	4.1	5.1	6.10
2	1.2	2.3	3.4	4.2	5.2	6.2
3	1.3	2.4	3.5	4.3	5.3	6.3
4	1.4	2.5	3.6	4.4	5.4	6.4
5	1.5.	2.6	3.7	4.5	5.5	6.5
6	1.6	2.7	3.8	4.6	5.6	6.6
7	1.7	2.8	3.9	4.7	5.7	6.7
8	1.8	2.9	3.10	4.8	5.8	6.8
9	1.9	2.10	3.1	4.9	5.9	6.9
10	1.10.	2.1	3.2	4.10	5.10	6.10
11	1.1	2.2	3.3	4.1	5.1	6.3
12	1.2	2.3	3.5	4.2	5.2	6.4
13	1.3	2.4	3.6	4.3	5.3	6.5
14	1.4	2.5	3.7	4.4	5.4	6.6
15	1.5.	2.6	3.8	4.5	5.5	6.7
16	1.6	2.7	3.9	4.6	5.6	6.8
17	1.7	2.8	3.10	4.7	5.7	6.9
18	1.8	2.9	3.2	4.8	5.8	6.10
19	1.9	2.10	3.3	4.9	5.9	6.1
20	1.10.	2.1	3.4	4.10	5.10	6.2
21	1.1	2.2	3.5	4.4	5.1	6.3
22	1.2	2.3	3.6	4.5	5.2	6.4
23	1.3	2.4	3.7	4.6	5.3	6.5
24	1.4	2.5	3.8	4.7	5.4	6.6
25	1.5.	2.6	3.9	4.8	5.5	6.7
26	1.6	2.7	3.10	4.9	5.6	6.8
27	1.7	2.8	3.3	4.10	5.7	6.9
28	1.8	2.9	3.4	4.2	5.8	6.10
29	1.9	2.10	3.5	4.3	5.9	6.4
30	1.10.	2.1	3.6	4.4	5.10	6.5

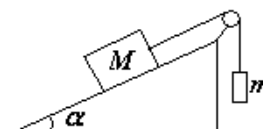
### Варианты выполнения РГР, ч.3

вариант	№ задания							
	1	1.1	2.1	3.1	4.1	5.1	6.1	7.1
2	1.2	2.2	3.2	4.2	5.2	6.2	7.2	8.2
3	1.3	2.3	3.3	4.3	5.3	6.3	7.3	8.3
4	1.4	2.4	3.4	4.4	5.4	6.4	7.4	8.4
5	1.5.	2.5	3.5	4.5	5.5	6.5	7.5	8.5.
6	1.1	2.2	3.3	4.4	5.1	6.2	7.3	8.1
7	1.2	2.3	3.4	4.5	5.2	6.3	7.4	8.2
8	1.3	2.4	3.5	4.1	5.3	6.4	7.5	8.3
9	1.4	2.5	3.1	4.2	5.4	6.5	7.1	8.4
10	1.5.	2.1	3.2	4.3	5.5	6.1	7.2	8.5.
11	1.1	2.3	3.4	4.5	5.1	6.3	7.4	8.1
12	1.2	2.4	3.5	4.1	5.2	6.4	7.5	8.2
13	1.3	2.5	3.1	4.2	5.3	6.5	7.1	8.3
14	1.4	2.1	3.2	4.3	5.4	6.1	7.2	8.4
15	1.5.	2.2	3.3	4.4	5.5	6.2	7.3	8.5.
16	1.1	2.4	3.5	4.1	5.1	6.4	7.5	8.1
17	1.2	2.5	3.1	4.2	5.2	6.5	7.1	8.2
18	1.3	2.1	3.2	4.3	5.3	6.1	7.2	8.3
19	1.4	2.2	3.3	4.4	5.4	6.2	7.3	8.4
20	1.5.	2.3	3.4	4.5	5.5	6.3	7.4	8.5.
21	1.1	2.5	3.1	4.4	5.1	6.5	7.1	8.1
22	1.2	2.1	3.2	4.5	5.2	6.1	7.2	8.2
23	1.3	2.2	3.3	4.1	5.3	6.2	7.3	8.3
24	1.4	2.3	3.4	4.2	5.4	6.3	7.4	8.4
25	1.5.	2.4	3.5	4.3	5.5	6.4	7.5	8.5.
26	1.1	2.1	3.2	4.5	5.1	6.1	7.2	8.1
27	1.2	2.2	3.3	4.1	5.2	6.2	7.3	8.2
28	1.3	2.3	3.4	4.2	5.3	6.3	7.4	8.3
29	1.4	2.4	3.5	4.3	5.4	6.4	7.5	8.4
30	1.5.	2.5	3.1	4.4	5.5	6.5	7.1	8.5.

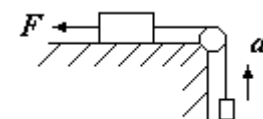
## РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

### 1. Законы Ньютона

1.1. Грузы массами  $M=1,0$  кг и  $m$  связаны легкой нерастяжимой нитью, переброшенной через блок, по которому нить может скользить без трения (см. рис.) Груз массой  $M$  находится на шероховатой наклонной плоскости (угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha = 30^\circ$ , коэффициент трения  $\mu = 0,3$ ). Чему равно максимальное значение массы  $m$ , при котором система грузов еще не выходит из первоначального состояния покоя?



1.2. Груз, лежащий на столе, связан легкой нерастяжимой нитью, переброшенной через идеальный блок, с грузом массой 0,25 кг. На первый груз действует горизонтальная постоянная сила  $F$ , равная по модулю 9,0 Н (см. рис.). Второй груз движется с ускорением  $2,0$  м/с<sup>2</sup>, направленным вверх. Трением между грузом и поверхностью



стола пренебречь. Какова масса первого груза?

1.3. Два груза, массы которых  $m_2$  и  $m_1$ , соединены горизонтальной нитью и лежат на гладкой горизонтальной поверхности. К первому грузу приложена сила  $F$ , направленная вдоль нити. Определить ускорение грузов и натяжение нити. Коэффициент трения между грузом и плоскостью  $\mu$ .

1.4. За какое время тело спустится с вершины наклонной плоскости высотой 3,0 м и углом у основания  $60^\circ$ , если максимальный угол у основания наклонной плоскости, при котором тело находится на ней в покое, равен  $30^\circ$ ?

1.5. Брусok, скользящий по горизонтальной поверхности, остановился через  $t$  секунд. Начальная скорость бруска  $v_0$ . Определить коэффициент трения между бруском и поверхностью.

1.6. Брусok лежит на горизонтальной поверхности. Определить силу, которую надо приложить к бруску массой  $m = 1$  кг, чтобы сдвинуть его с места. Коэффициент трения между бруском и плоскостью  $\mu = 0,1$ . Угол  $\alpha = 30^\circ$ .

1.7. Автомобиль массой  $m = 10^4$  кг движется со скоростью  $v = 10$  м/с по выпуклому мосту, представляющему собой дугу окружности  $R = 100$  м. С какой силой давит автомобиль на мост в точке А, если угол  $\alpha = 30^\circ$ ?

Линия ОВ - вертикаль.

1.8. Тело массой  $m = 10$  кг лежит на шероховатом горизонтальном столе. Коэффициент трения между телом и столом  $\mu = 0,5$ . На тело начинает действовать сила под углом  $\alpha = \pi/3$  к горизонту. Модуль силы изменяется во времени по закону  $F = bt$ , где  $b = 0,5$  Н/с. Через какой промежуток времени после начала действия силы тело начнет движение?

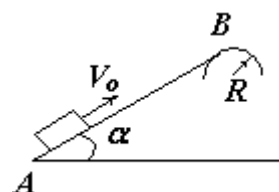
1.9. Тело массой  $m = 1$  кг движется по вертикальной стене. К телу приложена сила  $F = 100$  Н, направленная под углом  $\alpha = 30^\circ$  к вертикали. Коэффициент трения между телом и стеной  $\mu = 0,1$ . Определить ускорение тела  $a$ .

1.10. На наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$  находится тело массой  $m$ , на которое действует сила параллельно основанию. Какова должна быть величина этой силы, чтобы тело равномерно поднималось вверх по наклонной плоскости. Коэффициент трения тела о плоскость равен  $\mu$ .

## 2. Законы сохранения импульса и энергии

2.1. Брусok массой 100 г скользит без трения по наклонному желобу, а затем движется по «мертвой петле» радиусом  $R$ . Высота, с которой отпускают брусok, равна  $4R$ . Какую силу давления производит брусok в верхней точке петли?

2.2. Небольшая шайба после удара скользит вверх по наклонной плоскости из т. А (см.рис.). В точке В наклонная плоскость без излома переходит в наружную поверхность трубы радиусом  $R$ . Если в точке А скорость шайбы превосходит  $V_0 = 4$  м/с, то в точке В шайба отрывается от опоры. Длина наклонной плоскости  $AB = L = 1$  м, угол  $\alpha = 30^\circ$ . Коэффициент трения между наклонной плоскостью и шайбой  $\mu = 0,2$ . Найти внешний радиус трубы  $R$ .





2.3. Пуля массой 10 г, летевшая горизонтально со скоростью 500 м/с, ударила о тело массой 2,0 кг и застряла в нем на глубине 6,0 см. Найдите среднюю силу сопротивления материала тела движению пули.

2.4. Производится калибровка баллистического маятника. Баллистический маятник представляет собой устройство, состоящее из нити длиной 2,0 м, на которой подвешен небольшой ящик с песком массой 2,0 кг. Пуля массой 20 г, летящая горизонтально, попадает в ящик и застревает в нем. Определите углы отклонения нити маятника при скоростях пули 200, 300 и 400 м/с.

2.5. Груз массой  $m = 140$  кг падает на сваю массой  $M = 450$  кг с высоты  $h = 2,0$  м. Найти среднюю силу сопротивления грунта, если в результате абсолютно неупругого удара свая уходит в землю на глубину  $S = 6,0$  см.

2.6. Камень массой  $m$  падает с высоты  $H$ . Определить глубину погружения камня в землю, если средняя сила сопротивления, с которой земля действует на камень, равна  $F_c$ .

2.7. Человек, находящийся в лодке, переходит с носа на корму. На какое расстояние  $S$  переместится лодка длиной  $L = 3,0$  м, если масса человека  $m = 80$  кг, а масса лодки  $M = 120$  кг? Сопротивление воды не учитывать.

2.8. С горы высотой  $h = 2,0$  м и углом наклона к горизонту  $\alpha = \pi/6$  съезжают санки, которые останавливаются, пройдя путь  $S = 20$  м от основания горы. Найти коэффициент трения  $\mu$ . В начальный момент времени скорость санок равна нулю.

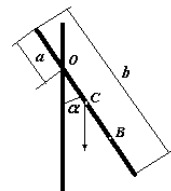
2.9. Какой путь пройдет шайба до остановки, если ее пустить вверх по плоской ледяной горке с начальной скоростью  $V_0$ ? Коэффициент трения шайбы о лед  $\mu$ , угол наклона горки  $\alpha$ .

2.10. Тело начинает скользить вниз по наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $\alpha$ . В нижней точке тело ударяется о стенку, поставленную перпендикулярно направлению движения. Удар абсолютно упругий. Определить коэффициент трения между плоскостью и телом, если после удара тело поднялось до половины первоначальной высоты.

### 3. Динамика вращательного движения

3.1. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом  $R = 50$  см намотана легкая нить, к концу которой прикреплен груз массой  $m = 6,4$  кг. Груз, разматывая нить, опускается с ускорением  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>. Определите: 1) момент инерции  $J$  вала; 2) массу  $m$  вала.

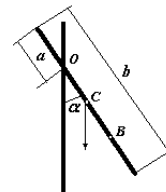
3.2. Тонкий однородный стержень длиной  $l = 1,0$  м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через т.О на стержне (см.рис.). Стержень отклонили от вертикали на угол  $\alpha$  и отпустили. Определить для начального момента времени угловое и тангенциальное ускорения точки В на стержне. Принять  $a = 0$ ,  $b = 2l/3$ ,  $\alpha = \pi/2$ .



3.3. Через блок, имеющий форму диска, перекинут шнур. К концам шнура привязаны грузики массой  $m_1 = 100$  г и  $m_2 = 110$  г. С каким ускорением  $a$  будут двигаться грузики, если масса  $m$  блока равна 400 г? Трение при вращении блока ничтожно мало.

3.4. На горизонтальную ось насажены маховик и легкий шкив радиусом  $R = 5$  см. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой  $m = 0,4$  кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь  $S = 1,8$  м за время  $t = 3$  с. Определить момент инерции маховика. Массу шкива считать пренебрежимо малой.

3.5. Тонкий однородный стержень длиной  $l = 1,0$  м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через т.О на стержне (см.рис.). Стержень отклонили от вертикали на угол  $\alpha$  и отпустили. Определить для начального момента времени угловое и тангенциальное ускорения точки В на стержне. Принять  $a = l/3$ ,  $b = l$ ,  $\alpha = \pi/3$ .

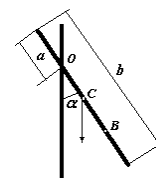


3.6. Маховик, массу  $m = 5,0$  кг которого можно считать распределенной по ободу радиуса  $r = 20$  см, свободно вращается вокруг горизонтальной оси, проходящей через его центр, с частотой  $n = 720$  мин<sup>-1</sup>. При торможении маховик останавливается через промежуток времени  $\Delta t = 20$  с. Найти тормозящий момент и число оборотов, которое сделает маховик до полной остановки.

3.7. На цилиндр намотана тонкая гибкая нерастяжимая нить, массой которой по сравнению с массой цилиндра можно пренебречь. Свободный конец ленты прикрепили к кронштейну, и предоставили цилиндру опускаться под действием силы тяжести. Определить линейное ускорение  $a$  оси цилиндра, если цилиндр полый тонкостенный.

3.8. Тело массой  $m_1 = 0,25$  кг, соединенное невесомой нерастяжимой нитью посредством блока (в виде полого тонкостенного цилиндра) с телом массой  $m_2 = 0,2$  кг, скользит по поверхности горизонтального стола. Масса блока  $m = 0,15$  кг. Коэффициент трения тела о поверхность  $\mu = 0,2$ . Пренебрегая трением в подшипниках, определите: 1) ускорение  $a$ , с которым будут двигаться эти тела; 2) силы натяжения  $T_1$  и  $T_2$  нити по обе стороны блока.

3.9. Тонкий однородный стержень длиной  $l = 1,0$  м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через т.О на стержне (см.рис.). Стержень отклонили от вертикали на угол  $\alpha$  и отпустили. Определить для начального момента времени угловое и тангенциальное ускорения точки В на стержне. Принять  $a = l/4$ ,  $b = l/3$ ,  $\alpha = 2\pi/3$ .

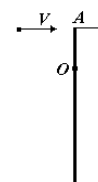


3.10. На цилиндр намотана тонкая гибкая нерастяжимая нить, массой которой по сравнению с массой цилиндра можно пренебречь. Свободный конец ленты прикрепили к кронштейну, и предоставили цилиндру опускаться под действием силы тяжести. Определить линейное ускорение  $a$  оси цилиндра, если цилиндр сплошной.

#### 4. Закон сохранения момента импульса

4.1. В центре скамьи Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной  $l = 2,4$  м и массой  $m = 8,0$  кг, расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамейка с человеком вращается с частотой  $n_1 = 1$  с<sup>-1</sup>. С какой частотой  $n_2$  будет вращаться скамья с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение (ось вращения проходит через центр стержня)? Суммарный момент инерции  $J$  человека и скамьи равен  $6,0$  кг м<sup>2</sup>.

4.2. Тонкий однородный стержень массой  $M = 0,2$  кг и длиной  $l = 1,0$  м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через т.О (см.рис.). В точку А на стержне попадает пластилиновый шарик, летящий горизонтально со скоростью  $V = 10$  м/с и прилипает к стержню. Масса шарика равна  $m = 10$  г. Определить угловую скорость стержня и линейную скорость нижнего конца стержня, если  $AO =$



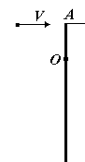
1/2

4.3. Платформа в виде диска вращалась по инерции вокруг вертикальной оси с частотой  $n_1 = 0,5 \text{ с}^{-1}$ . На краю платформы стоял человек массой  $m = 70 \text{ кг}$ . Когда он перешел в центр платформы, частота возросла до  $n_2 = 1,5 \text{ с}^{-1}$ . Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

4.4. Круглая платформа радиуса  $R = 1,00 \text{ м}$ , момент инерции которой  $J = 130 \text{ кг м}^2$ , вращается по инерции вокруг вертикальной оси, делая  $n_1 = 1,00 \text{ об/с}$ . На краю платформы стоит человек, масса которого  $m = 70 \text{ кг}$ . Сколько оборотов в секунду  $n_2$  будет совершать платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции человека рассчитать как для материальной точки.

4.5. Платформа, имеющая форму сплошного однородного диска, может вращаться по инерции вокруг неподвижной вертикальной оси. На краю платформы стоит человек, масса которого в 3 раза меньше массы платформы. Определите, как и во сколько раз изменится угловая скорость вращения платформы, если человек перейдет ближе к центру на расстояние, равное половине радиуса платформы.

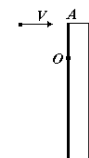
4.6. Тонкий однородный стержень массой  $M = 0,2 \text{ кг}$  и длиной  $l = 1,0 \text{ м}$  может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через т.О (см.рис.). В точку А на стержне попадает пластилиновый шарик, летящий горизонтально со скоростью  $V = 10 \text{ м/с}$  и прилипает к стержню. Масса шарика равна  $m = 10 \text{ г}$ . Определить угловую скорость стержня и линейную скорость нижнего конца стержня, если  $AO = l/3$



4.7. В центре скамьи Жуковского стоит человек и держит в руках стержень длиной  $l = 2,4 \text{ м}$  и массой  $m = 8,0 \text{ кг}$ , расположенный вертикально по оси вращения скамейки. Скамейка с человеком вращается с частотой  $n_1 = 1 \text{ с}^{-1}$ . С какой частотой  $n_2$  будет вращаться скамья с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение (ось вращения проходит через конец стержня)? Суммарный момент инерции  $J$  человека и скамьи равен  $6,0 \text{ кг м}^2$ .

4.8. Тонкий стержень массой  $300 \text{ г}$  и длиной  $50 \text{ см}$  вращается с угловой скоростью  $10 \text{ с}^{-1}$  в горизонтальной плоскости вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стержня. Найти угловую скорость, если в процессе вращения в той же плоскости стержень переместится так, что ось вращения пройдет через конец стержня.

4.9. Тонкий однородный стержень массой  $M = 0,2 \text{ кг}$  и длиной  $l = 1,0 \text{ м}$  может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через т.О (см.рис.). В точку А на стержне попадает пластилиновый шарик, летящий горизонтально со скоростью  $V = 10 \text{ м/с}$  и прилипает к стержню. Масса шарика равна  $m = 10 \text{ г}$ . Определить угловую скорость стержня и линейную скорость нижнего конца стержня, если  $AO = l/4$



4.10. Платформа в виде диска вращалась по инерции вокруг вертикальной оси с частотой  $n_1 = 1,0 \text{ с}^{-1}$ . На краю платформы стоял человек массой  $m = 75 \text{ кг}$ . Когда он перешел в центр платформы, частота возросла до  $n_2 = 2,0 \text{ с}^{-1}$ . Определить массу платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

## 5. Первое начало термодинамики

5.1 При адиабатном расширении кислорода с начальной температурой  $T = 320$  К внутренняя энергия уменьшилась на  $\Delta U = 8,4$  кДж, а его объем увеличился в  $n = 10$  раз. Определить массу  $m$  кислорода.

5.2. Баллон емкостью  $V = 20,0$  л с кислородом при давлении 100 ат и температуре  $t = 7^\circ\text{C}$  нагревается до температур!  $27^\circ\text{C}$ . Какое количество теплоты при этом поглощает газ. Определите работу газа в этом процессе и изменение его внутренней энергии.

5.3. Кислород занимает объем  $V_1 = 1,0$  м<sup>3</sup> и находится под давлением  $p_1 = 200$  кПа. Газ нагревают сначала при постоянном давлении до объема  $V_2 = 3,0$  м<sup>3</sup>, а затем при постоянном объеме до давления  $p_2 = 500$  кПа. Построить график процесса и найти: 1) изменение внутренней энергии; 2) совершенную работу, 3) количество теплоты, переданное газу.

5.4 В цилиндре под поршнем находится водород массой  $m = 0,02$  кг при температуре  $T_1 = 300$  К. Водород начал расширяться адиабатно, увеличив свой объем в пять раз, а затем был сжат изотермически, причем объем уменьшился в пять раз. Найти температуру  $T_2$  в конце адиабатного расширения и работу, совершенную газом. Изобразить процесс графически.

5.5. Газ расширяется так, что в координатах  $p, V$  процесс изображается прямой линией. В начальном состоянии давление газа равно  $p = 0,10$  МПа, а занимаемый объем  $V = 5,0$  л. В конечном состоянии давление равно  $p/2$ , а объем –  $2V$ . Найти количество теплоты, сообщенное газу. Нарисовать график процесса в координатах  $p, V$ .

5.6. Объем 160 г кислорода, температура которого  $27^\circ\text{C}$ , при изобарном нагревании увеличился вдвое. Найти работу газа при расширении, количество теплоты, которое пошло на нагревание кислорода, изменение внутренней энергии.

5.7. Кислород массой  $m = 0,30$  кг при температуре  $T = 300$  К охладил изохорно, при этом его давление уменьшилось в 3 раза. Затем газ изобарно нагрели до первоначальной температуры. Какую работу совершил газ?

5.8. В цилиндре под невесомым поршнем при нормальных условиях находится газ массой  $m = 2,0$  кг. Температура газа увеличивается на  $\Delta T = 100$  К. Найти работу, совершаемую газом при расширении. При нормальных условиях плотность газа  $\rho_0 = 1,4$  кг/м<sup>3</sup>, давление  $p_0 = 0,10$  МПа, температура  $T_0 = 273$  К.

5.9. Один киломоль гелия изобарически расширился так, что температура газа увеличилась на  $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ . Определить изменение внутренней энергии газа, совершенную им работу и количество теплоты, сообщенное газу.

5.10. Азот массой  $m = 280$  г, расширяется в результате изобарного процесса при давлении  $p = 1,0$  МПа. Определить: 1) работу расширения, 2) конечный объем газа, если на расширение затрачена теплота  $Q = 5,0$  кДж, а начальная температура  $T_1 = 290$  К.

## 6. Механические колебания и волны

6.1. Гиря массой 500 г подвешена на спиральной пружине жесткостью  $k = 20$  Н/м и совершает упругие колебания в некоторой среде. Логарифмический декремент затухания  $\theta =$

0,004. Определить число полных колебаний ( $N$ ), которые должна совершить гиря, чтобы амплитуда колебаний уменьшилась в  $n=2$  раза. За какое время произойдет это уменьшение?

6.2. Уравнение стоячей волны в струне имеет вид:  $y = 1,0 \sin(\pi x/5) \cos(\pi t/2)$ , см. Найти амплитуду и длину стоячей волны, положение узлов и пучностей, частоту колебаний.

6.3. Шар, радиус которого  $R = 5,0$  см, подвешен на нити длиной  $l_0 = 10,0$  см. Определить относительную погрешность, которую допускают, если, вычисляя период колебаний маятника, принимают его на математический длиной  $l = 15,0$  см.

6.4. Диск радиусом  $R = 24$  см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно к плоскости диска. Определить период колебаний такого маятника и его приведенную длину.

6.5. Уравнение стоячей волны в струне имеет вид:  $y = 0,5 \sin(\pi x/10) \cos(\pi t)$ , см. Найти амплитуду и длину стоячей волны, положение узлов и пучностей, частоту колебаний.

6.6. За время, в течение которого система совершает  $N = 50$  полных колебаний, амплитуда уменьшилась в 2 раза. Определить добротность системы.

6.7. Материальная точка массой  $m = 5,0$  г совершает гармонические колебания с частотой  $\nu = 0,50$  Гц. Амплитуда колебаний  $A = 3,0$  см. Определить 1) скорость точки в момент времени, когда смещение  $x = 1,5$  см; 2) максимальную силу, действующую на точку.

6.8. Период затухающих колебаний  $T = 1,0$  с, логарифмический декремент затухания  $\theta = 0,30$ , начальная фаза равна нулю. Смещение точки при  $t = 2T$  составляет 5,0 см. Запишите уравнение движения этого колебания.

6.9. Гиря массой 0,500 кг подвешена к пружине, жесткость которой  $k = 32,0$  Н/м, и совершает затухающие колебания. Определить их период, если за время двух колебаний ( $n=2$ ) амплитуда уменьшилась в  $N=20$  раз.

6.10. Максимальная скорость точки, совершающей гармонические колебания, равна 10 см/с, максимальное ускорение равно  $100$  см/с<sup>2</sup>. Найти циклическую частоту колебаний  $\omega$ , их период  $T$  и амплитуду  $A$ . Написать уравнение колебаний, приняв начальную фазу колебаний равной нулю.

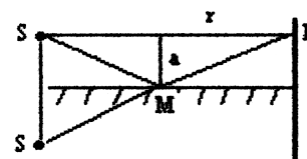
## 3-Й СЕМЕСТР

### 1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

1.1. Две щели находятся на расстоянии 0,20 мм друг от друга и отстоят на расстоянии 1,5 м от экрана. На щели падает поток монохроматического света ( $\lambda = 500$  нм) от удаленного источника. Найдите расстояние между соседними интерференционными полосами.

1.2. Расстояние  $d$  между двумя когерентными источниками света ( $\lambda = 500$  нм) равно 0,10 мм. Расстояние  $b$  между интерференционными полосами на экране в средней части интерференционной картины равно 1,0 см. Определите расстояние  $l$  от источника до экрана.

1.3. Источник  $S$  света ( $\lambda = 600\text{ нм}$ ) и плоское зеркало  $M$  расположены, как показано на рис. (зеркало Ллойда). Что будет наблюдаться в т.  $P$  экрана, где сходятся лучи  $SP$  и  $SMP$ , - свет или темнота, если  $|SP| = r = 2\text{ м}$ ,  $a = 0,55\text{ мм}$ ,  $|SM| = |MP|$ ?

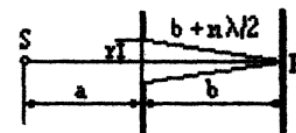


1.4. Плосковыпуклая линза с оптической силой  $\Phi = 2,0$  дптр выпуклой стороной лежит на стеклянной пластине. Радиус четвертого темного кольца Ньютона в проходящем свете равен  $0,70\text{ мм}$ . Определить длину световой волны. Принять показатель преломления стекла линзы  $n = 1,57$ .

1.5. Между стеклянной пластиной и лежащей на ней плосковыпуклой стеклянной линзой налита жидкость, показатель преломления которой меньше показателя преломления стекла. Радиус восьмого темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете ( $\lambda = 700\text{ нм}$ ) равен  $2,00\text{ мм}$ . Радиус  $R$  кривизны выпуклой поверхности линзы равен  $1,00\text{ м}$ . Найти показатель преломления  $n$  жидкости.

## 2. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

2.1. Точечный источник  $S$  света ( $\lambda = 500\text{ нм}$ ), плоская диафрагма с круглым отверстием радиусом  $r = 1,0\text{ мм}$  и экран расположены, как показано на рис. ( $a = 1,0\text{ м}$ ). Определить расстояние  $b$  от экрана до диафрагмы, при котором отверстие открывало бы для точки  $P$  три зоны Френеля.



2.2. На диафрагму с круглым отверстием диаметром  $d = 4\text{ мм}$  падает нормально параллельный пучок монохроматического света ( $\lambda = 500\text{ нм}$ ). Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии  $b = 1\text{ м}$  от него. Сколько зон Френеля укладывается в отверстии? Темное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины, если в месте наблюдения поместить экран?

2.3. На дифракционную решетку, содержащую  $n = 100$  штрихов на  $1\text{ мм}$ , падает нормально монохроматический свет. Зрительная труба спектрометра наведена на максимум третьего порядка. Чтобы навести трубу на другой максимум того же порядка, ее нужно повернуть на  $\Delta\varphi = 20^\circ$ . Определить длину  $\lambda$  волны света.

2.4. На дифракционную решетку, содержащую  $n = 400$  штрихов на  $1\text{ мм}$ , падает нормально монохроматический свет ( $\lambda = 600\text{ нм}$ ). Найти общее число дифракционных максимумов, которые дает данная решетка. Определить угол  $\varphi$  дифракции, соответствующий последнему максимуму.

2.5. Сколько штрихов на каждый миллиметр содержит дифракционная решетка, если при наблюдении в монохроматическом свете ( $\lambda = 600\text{ нм}$ ) максимум пятого порядка отклонен на угол  $\varphi = 18^\circ$ ?

## 3. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

3.1. Во сколько раз ослабляется интенсивность света, проходящего через два николя, плоскости пропускания которых образуют угол  $\alpha = 30^\circ$ , если в каждом из николей в отдельности теряется  $10\%$  интенсивности падающего на него света?

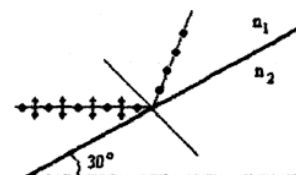


3.2. Два николя  $N_1$  и  $N_2$  расположены так, что угол  $\alpha$  между их плоскостями пропускания равен  $60^\circ$ . Определить: 1) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через один николю ( $N_1$ ); 2) во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении через оба николя? При прохождении каждого из николей потери на отражение и поглощение света составляют 5%.

3.3. В фотометре одновременно рассматривают две половины поля зрения: в одной видна эталонная светящаяся поверхность с яркостью  $L_1=5,0$  ккд/м<sup>2</sup>, в другой - испытываемая поверхность, свет от которой проходит через два николя. Граница между обеими половинами поля зрения исчезает, если второй николю повернуть относительно первого на угол  $\alpha=45^\circ$ . Найти яркость  $L_2$  испытываемой поверхности, если известно, что в каждом из николей интенсивность падающего на него света уменьшается на 8%.

3.4. Предельный угол  $\varepsilon_1'$  полного отражения пучка света на границы жидкости с воздухом равен  $43^\circ$ . Определить угол Брюстера  $\varepsilon_B$  для падения луча из воздуха на поверхность этой жидкости.

3.5. Алмазная призма находится в некоторой среде с показателем преломления  $n_1$ . Пучок естественного света падает на призму так, как показано на рис. Определить показатель преломления  $n_1$  среды, если отраженный пучок максимально поляризован.



#### 4. ТЕПЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ

4.1. Принимая коэффициент теплового излучения  $\varepsilon$  угля при температуре  $T = 600\text{К}$  равным 0,8, определить: 1) энергетическую светимость угля; 2) энергию, излучаемую с поверхности угля с площадью  $S = 5$  см<sup>2</sup> за время  $t = 10$  мин.

4.2. Муфельная печь потребляет мощность  $P=1,0$  кВт. Температура  $T$  ее внутренней поверхности при открытом отверстии площадью  $S = 25$  см<sup>2</sup> равна 1,2 кК. Считая, что отверстие печи излучает как черное тело, определить, какая часть мощности рассеивается стенками.

4.3. Определить температуру  $T$  черного тела, при которой максимум спектральной плотности энергетической светимости приходится на красную границу видимого спектра ( $\lambda = 750$  нм); на фиолетовую ( $\lambda = 380$  нм).

4.4. При увеличении термодинамической температуры  $T$  черного тела в два раза длина волны  $\lambda_m$ , на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, уменьшилась на  $\Delta\lambda = 400$  нм. Определить начальную и конечную температуры  $T_1$  и  $T_2$ .

4.5. Мощность излучающего шара радиусом  $R=10$  см при некоторой постоянной температуре  $T$  равна 1,0 кВт. Найти эту температуру, считая шар серым телом с коэффициентом теплового излучения  $\varepsilon = 0,25$ .



## 5. ФОТОЭФФЕКТ

5.1. На металлическую пластинку падает монохроматический свет с длиной волны  $0,413$  мкм. Поток фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла, полностью задерживается, когда разность потенциалов тормозящего электрического поля достигает  $U = 1,00$  В. Определить работу выхода в электронвольтах и красную границу фотоэффекта.

5.2. Для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением ультрафиолетовым светом платиновой пластинки, нужно приложить задерживающую разность потенциалов  $U_1 = 3,7$  В. Если платиновую пластинку заменить другой пластинкой, то задерживающую разность потенциалов придется увеличить до  $6,0$  В. Определить работу выхода электрона с поверхности этой пластинки.

5.3. Будет ли наблюдаться фотоэффект, если на поверхность серебра направить ультрафиолетовое излучение с длиной волны  $\lambda = 300$  нм?

5.4. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта  $\lambda_0 = 307$  нм, а минимальная кинетическая энергия фотоэлектрона равна  $1,0$  эВ?

5.5. Красная граница фотоэффекта для платины соответствует длине волны около  $198$  нм. Если платину прокалить при высокой температуре, то красная граница фотоэффекта станет соответствовать длине волны  $220$  нм. На сколько прокалывание уменьшает работу выхода электрона?

## 6. АТОМ ВОДОРОДА

6.1. Вычислить длину волны, которую выпускает ион гелия  $He^+$  при переходе со второго энергетического уровня на первый. Сделать такой же подсчет для ионов лития  $Li^{++}$ .

6.2. Вычислите частоты  $f_1$  и  $f_2$  вращения электрона в атоме водорода на второй и третьей орбитах и энергию электрона на этих орбитах.

6.3. Найдите энергию и потенциал ионизации ионов  $He^+$  и  $Li^{++}$ .

6.4. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны  $\lambda=121,5$  нм. Определить радиус электронной орбиты возбужденного атома водорода.

6.5. Определить частоту обращения электрона на второй орбите атома водорода.

## 7. УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА

7.1. Частица находится в основном состоянии ( $n=1$ ) в одномерной потенциальной яме шириной  $l$  с абсолютно непроницаемыми стенками ( $0 < x < l$ ). Найти вероятность пребывания частицы в областях:  $0 < x < l/3$   $l/3 < x < 2l/3$ .

7.2. Пучок электронов с энергией  $W = 25$  эВ встречает на своем пути потенциальный барьер высотой  $U = 26$  эВ. Определить отношение плотности вероятности пребывания электрона в точке  $x=0,1$  нм к плотности вероятности его пребывания на границе областей при  $x = 0$ .

7.3. Волновая функция  $\psi = A \sin\left(\frac{2\pi x}{l}\right)$  определена только в области  $0 \leq x \leq l$ . Используя условие нормировки, определите нормировочный множитель  $A$ .

7.4. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $l$  с бесконечно высокими стенками. Определить вероятность обнаружения электрона в средней трети ямы, если электрон находится в возбужденном состоянии ( $n=3$ ). Изобразите графически плотность вероятности обнаружения электрона в этом состоянии.

7.5. Частица в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной  $l$  с бесконечно высокими стенками находится в возбужденном состоянии ( $n=3$ ). Определить, в каких точках ямы ( $0 \leq x \leq l$ ) плотность вероятности обнаружения частицы: 1) максимальна; 2) минимальна. Поясните полученный результат графически.

## 8. ЗАКОНЫ РАДИОАКТИВНОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ

8.1. В ядре изотопа кремния  ${}_{14}^{27}\text{Si}$  один из протонов превращен в нейтрон ( $\beta^+$  - распад). Какое ядро получилось в результате этого превращения?

8.2. Ядро цинка  ${}_{30}^{62}\text{Zn}$  захватило электрон из К-оболочки и спустя некоторое время испустило позитрон. Какое ядро получилось в результате этих превращений?

8.3. Покоившееся ядро радона  ${}_{86}^{220}\text{Rn}$  выбросило  $\alpha$  - частицу со скоростью  $u = 16$  Мм/с. В какое ядро превратилось ядро радона? Какую скорость получило оно в результате отдачи?

8.4. Ядро азота  ${}_{7}^{14}\text{N}$  захватило  $\alpha$  - частицу и испустило протон. Определите массовое число  $A$  и зарядное число  $Z$  образовавшегося в результате этого процесса ядра. Указать, какому элементу это ядро соответствует.

8.5. Ядро бериллия  ${}_{4}^{7}\text{Be}$  захватило электрон из К-оболочки атома. Какое ядро образовалось в результате К-захвата?

## 2. Примеры вопросов к защите расчетно-графической работы

В процессе защиты расчетно-графической работы «Физические основы механики. МКТ. Основы термодинамики» студенту задаются 3 вопроса из следующего примерного перечня:

1. Как формулируется закон сохранения импульса?
2. В каких условиях выполняется закон сохранения импульса в системе взаимодействующих тел?
3. Как рассчитать работу переменной силы?
4. В чем заключается физический смысл величины 1 Вт?
5. Что такое полная механическая энергия системы тел?
6. Как формулируется закон сохранения механической энергии?
7. Дайте определение момента инерции материальной точки?
8. Сформулируйте теорему Штейнера.
9. Что такое плечо силы относительно некоторой оси вращения?
10. Сформулируйте закон сохранения момента импульса.

11. Понятие идеального газа.
12. Уравнение состояния идеального газа
13. Изопроцессы. Графики изопроцессов в координатах  $pV$ .
14. 1-е начало термодинамики.
15. Дать определение теплоемкости, удельной теплоемкости и молярной теплоемкости газа
16. Формулы расчета работы, изменения внутренней энергии, теплоты изопроцессов.

В процессе защиты расчетно-графической работы «Оптика. Квантовая природа излучения» студенту задаются 3 вопроса из следующего примерного перечня:

1. Дайте определение интерференции света.
2. Какие волны называются когерентными?
3. Как можно наблюдать интерференцию света?
4. Что называют дифракцией света?
5. Сформулируйте Принцип Гюйгенса-Френеля.
6. В чем отличие дифракции Фраунгофера от дифракции Френеля.
7. Дайте определение дисперсии света.
8. В чем различие нормальной и аномальной дисперсий?
9. Что такое поляризация электромагнитных волн?
10. Какие типы поляризации вы знаете?
11. Сформулируйте закон Малюса.
12. Сформулируйте основные законы теплового излучения.
13. В чем заключается фотоэлектрический эффект?
14. Сформулируйте законы внешнего фотоэффекта.
15. Что такое красная граница фотоэффекта?
16. В чем проявляется корпускулярно-волновой дуализм?
17. Запишите уравнение Шредингера для стационарных состояний.
18. В чем заключается физический смысл волновой функции?
19. Из каких частиц состоят ядра атомов?
20. Какие типы ядерных реакций вы знаете?